

COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 7 JANVIER 1918.

PRÉSIDENTE DE M. EDMOND PERRIER, PUIS DE M. PAUL PAINLEVÉ.

M. EDMOND PERRIER, ancien Président, fait connaître à l'Académie l'état où se trouve l'impression des recueils qu'elle publie et les changements survenus parmi les Membres et les Correspondants pendant le cours de l'année 1917.

État de l'impression des recueils de l'Académie au 1^{er} janvier 1918.

Comptes rendus des séances de l'Académie. — Les tomes 161 (2^e semestre de l'année 1915) et 162 (1^{er} semestre de l'année 1916) sont parus avec leurs tables et ont été mis en distribution.

Le tome 163 (2^e semestre de l'année 1916) est paru avec ses tables et sera prochainement mis en distribution.

Les numéros des 1^{er} et 2^e semestres de l'année 1917 ont été mis en distribution, chaque semaine, avec la régularité habituelle.

Mémoires de l'Académie. — Le tome LIV, 2^e série, est paru et a été mis en distribution.

Le tome LV, 2^e série, est sous presse et sera prochainement mis en distribution.

Procès-Verbaux des séances de l'Académie des Sciences, tenues depuis la fondation de l'Institut jusqu'au mois d'août 1835. — Le tome VII, années 1820-1823, a été mis en distribution.

Le tome VIII, années 1824-1827, est sous presse et sera prochainement distribué.

Membres décédés depuis le 1^{er} janvier 1917.

Section de Géographie et Navigation. — M. **BASSOT**, le 17 janvier.

Section d'Économie rurale. — M. **CHAUVEAU**, le 4 janvier; M. **MÜNTZ**, le 20 février.

Section de Médecine et Chirurgie. — M. **DASTRE**, le 22 octobre.

Secrétaires perpétuels. — M. **G. DARBOUX**, le 23 février.

Académiciens libres. — M. **LANDOUZY**, le 10 mai.

Membres non résidants. — M. **HENRY BAZIN**, le 14 février.

Membres élus depuis le 1^{er} janvier 1917.

Section de Géographie et Navigation. — M. **ERNEST FOURNIER**, le 7 mai, en remplacement de M. **GUYOU**, décédé; M. **ROBERT BOURGEOIS**, le 18 juin, en remplacement de M. **HATT**, décédé.

Section de Minéralogie. — M. **ÉMILE HAUG**, le 19 mars, en remplacement de M. **A. LACROIX**, élu Secrétaire perpétuel.

Section de Botanique. — M. **HENRI LECOMTE**, le 26 février, en remplacement de M. **PRILLIEUX**, décédé; M. **P.-A. DANGEARD**, le 21 mai, en remplacement de M. **ZEILLER**, décédé.

Section d'Économie rurale. — M. **EMMANUEL LECLAINCHE**, le 11 juin, en remplacement de M. **CHAUVEAU**, décédé.

Section de Médecine et Chirurgie. — M. **ÉDOUARD QUÉNU**, le 23 avril, en remplacement de M. **BOUCHARD**, décédé.

Secrétaires perpétuels. — M. **ÉMILE PICARD**, le 2 avril, en remplacement de M. **DARBOUX**, décédé.

Associés étrangers. — Sir **ARCHIBALD GEIKIE**, le 26 novembre, en remplacement de M. **EDWARD SUESS**, décédé; M. **VITO VOLTERRA**, le 3 décembre, en remplacement de M. **WILHELM HITTORF**, décédé.

Membres à remplacer.

Section de Géométrie. — M. **ÉMILE PICARD**, élu secrétaire perpétuel le 2 avril 1917.

Section de Mécanique. — M. **LÉAUTÉ**, mort le 5 novembre 1916.

Section de Géographie et Navigation. — M. **BASSOT**, mort le 17 janvier 1917.

Section de Physique générale. — M. **AMAGAT**, mort le 15 février 1915.

Section de Chimie. — M. **JUNGFLEISCH**, mort le 24 avril 1916.

Section d'Économie rurale. — M. **MÜNTZ**, mort le 20 février 1917.

Section de Médecine et Chirurgie. — M. **DASTRE**, mort le 22 octobre 1917.

Académiciens libres. — M. **LABBÉ**, mort le 21 mars 1916; M. **LANDOUZY**, mort le 10 mai 1917.

Membres non résidents. — M. **GOSSELET**, mort le 20 mars 1916; M. **DUHEM**, mort le 14 septembre 1916; M. **HENRY BAZIN**, mort le 14 février 1917.

Associés étrangers. — M. **VON BAEYER**, dont l'élection a été annulée par décision de l'Académie en date du 15 mars 1915; le décret qui avait approuvé l'élection a été rapporté par un nouveau décret en date du 28 mai 1915.

M. **DEDEKIND**, mort le 12 février 1916; M. **METCHNIKOFF**, mort le 15 juillet 1916; sir **WILLIAM RAMSAY**, mort le 23 juillet 1916.

Correspondants décédés depuis le 1^{er} janvier 1916.

Pour la Section de Géographie et Navigation. — M. **HELMERT**, à Potsdam, le 15 juin.

Pour la Section de Botanique. — M. **GRAND'EURY**, à Malzéville, le 22 juillet; M. **CH.-EUG. BERTRAND**, à Lille, le 10 août.

Pour la Section d'Économie rurale. — M. **YERMOLOFF**, à Pétrograd, en janvier.

Pour la Section d'Anatomie et Zoologie. — M. **RENAUT**, à Lyon, le 26 décembre.

Pour la Section de Médecine et Chirurgie. — M. **JULIUS BERNSTEIN**, à Halle-sur-Saale, au début de 1917.

Correspondants élus depuis le 1^{er} janvier 1916.

Pour la Section de Chimie. — M. **ERNEST SOLVAY**, à Bruxelles, le 18 juin, en remplacement de sir **HENRY ROSCOE**, décédé.

Pour la Section de Minéralogie. — M. **GEORGES FRIEDEL**, à Saint-Étienne, le 24 décembre, en remplacement de M. **VASSEUR**, décédé.

Pour la Section de Botanique. — M. **W. G. FARLOW**, à Cambridge, États-Unis, le 19 novembre, en remplacement de M. **J. WIESNER**, décédé.

Correspondants à remplacer.

Pour la Section de Géométrie. — M. **VITO VOLTERRA**, à Rome, élu associé étranger le 3 décembre 1917.

Pour la Section d'Astronomie. — M. **AUWERS**, mort à Berlin, le 25 janvier 1915; M. **OSKAR BACKLUND**, mort à Poulkovo, le 29 août 1916.

Pour la Section de Géographie et Navigation. — M. **TH. ALBRECHT**, mort à Potsdam, le 31 août 1915; le général **GALLIENI**, mort à Versailles, le 27 mai 1916; M. **HELMERT**, mort à Potsdam, le 15 juin 1917.

Pour la Section de Physique générale. — M. **GOUY**, à Lyon, élu membre non résidant le 28 avril 1913.

Pour la Section de Minéralogie. — Sir **ARCHIBALD GEIKIE**, à Haslemere, Surrey, élu associé étranger, le 26 novembre 1917.

Pour la Section de Botanique. — M. **GRAND'EURY**, mort à Malzéville, le 22 juillet 1917; M. **CH.-EUG. BERTRAND**, mort à Lille, le 10 août 1917.

Pour la Section d'Économie rurale. — M. **ÉDOUARD HECKEL**, mort à Marseille, le 20 janvier 1916; M. **YERMOLOFF**, mort au commencement de janvier 1917; M. **EMMANUEL LECLAINCHE**, élu membre titulaire le 11 juin 1917.

Pour la Section d'Anatomie et Zoologie. — M. **ÉMILE MAUPAS**, mort à Alger, dans la nuit du 17 au 18 octobre 1916; M. **RENAUT**, mort à Lyon, le 26 décembre 1917.

Pour la Section de Médecine et Chirurgie. — M. **CZERNY**, mort à Heidelberg, le 3 octobre 1916; M. **J. BERNSTEIN**, à Halle-sur-Saale, mort au début de l'année 1917.

En prenant possession du fauteuil de la Présidence, M. PAUL PAINLEVÉ s'exprime en ces termes :

MES CHERS CONFRÈRES,

Mon premier devoir est de vous exprimer ma reconnaissance pour l'honneur que vous m'avez fait — le plus grand que puisse connaître un savant — en me choisissant pour présider cette année à vos travaux. La tâche dont vous m'avez chargé me sera rendue facile par la compétence et l'activité de nos deux éminents Secrétaires perpétuels et, j'ose ajouter, par la sympathie que vous m'avez toujours bien voulu témoigner depuis dix-sept ans que j'ai été appelé à siéger parmi vous.

En votre nom à tous, mes chers Confrères, j'adresse à notre Président sortant, M. d'Arsonval, les remerciements affectueux de l'Académie, et j'exprime le vœu que sa santé qui, trop souvent à son gré comme au nôtre, l'a tenu éloigné de nos séances, se rétablisse rapidement. Mais, qu'il fût présent ou éloigné, son jugement pénétrant et sa bienveillance accompagnaient toutes les tentatives susceptibles d'accroître les ressources militaires ou industrielles du pays.

Votre mission est la recherche de la vérité scientifique, sur laquelle n'ont de prise ni le temps, ni la mort, ni les passions humaines. Au plus fort des orages, votre raison ne saurait se départir de ses règles inflexibles. Mais, dans Syracuse assiégée, Archimède appliquait la rigoureuse justesse de la Géométrie à la construction de catapultes géantes : quel est donc le savant dont l'esprit resterait sourd à l'appel de la patrie en danger ?

Si je jette les yeux dans cette salle, à côté de ceux de nos confrères que leurs fonctions mêmes ont placés à la tête de grands services de la Défense nationale, j'aperçois (je cite au hasard, et combien l'énumération serait longue si elle était complète) tel astronome qui s'est révélé artilleur inventif et tenace, tels physiciens qui ont contribué à développer les applications militaires de la T. S. F. ; tels chimistes qui, dans la guerre des gaz, ont accru nos moyens de protection et d'attaque ; tel mathématicien, tel géodésien dont les calculs ont servi à repérer et à détruire les batteries ennemies. Vous avez encouragé ou récompensé de nombreux travaux dont les résultats ont dû être tenus secrets. Vos élèves, dont beaucoup sont déjà des maîtres, les plus jeunes au front, les autres dans les universités, dans les arsenaux, dans les usines, se sont attaqués efficacement à tous les problèmes nouveaux qu'a soulevés la guerre sur terre et sur mer. Il y a quinze

mois, un de nos grand chefs employait une journée entière à visiter des laboratoires de science pure, qui spontanément s'étaient consacrés à la Défense nationale, et il ne dissimulait pas les sentiments d'admiration que lui inspirait cette mobilisation scientifique; son œil aigu d'observateur avait discerné la variété et la délicatesse des recherches, leur ténacité allant des premiers tâtonnements jusqu'à la réalisation en série des instruments pratiques; le merveilleux rendement de ressources bien restreintes, obtenu grâce à l'ardeur désintéressée de tous, des initiateurs comme des collaborateurs les plus modestes. Pour tous, un tel jugement, s'ils l'avaient entendu, eût constitué la plus belle des récompenses.

Mais ce n'est pas seulement par ses recherches directes que la Science Française a servi la nation en guerre; c'est encore par l'esprit dont elle a animé nos ingénieurs et notre industrie. Notre enseignement scientifique a été l'objet de nombreuses, sévères et parfois justes critiques; on lui a reproché sa durée, ses développements théoriques, et nous en étions venus à oublier ses hautes vertus. C'est la guerre qui nous les a rappelées. Notre culture à nous n'est pas une culture « sans âme »; elle ne vise pas à l'utilitarisme immédiat (pas assez peut-être), mais elle respecte, elle développe l'individualité, les facultés originales et inventives des intelligences. Ce sont ces qualités-là qui, industriellement, ont sauvé la France envahie, menacée dans sa capitale, privée de ses aciéries, désorganisée à l'intérieur par la mobilisation; c'est grâce à elles qu'ont été réalisés, dans l'ordre des productions chimiques et métallurgiques, d'incroyables prodiges qu'aucun pays au monde n'a égalés.

Cette éclatante union de la science et de l'industrie, l'Académie se propose de la sceller, en faisant une place dans son sein à la science industrielle.

Il y a un an, notre Président, parlant du génie inventif reconnu par tous à notre race, évoquait l'effort tenté pour « l'organiser en faveur de la victoire », et il me faisait le trop grand honneur d'attacher mon nom à cet effort. Le mérite en revient uniquement à cette légion de chercheurs, qui, silencieusement, ont trouvé, réalisé, créé. Plus tard, quand nos armées auront vu triompher leur héroïsme, ces armées du Nord-Est, d'Orient, d'Italie, auxquelles vont toutes nos pensées; quand la France meurtrie, pâle encore de son sang versé, mais rayonnante d'une gloire impérissable, pourra enfin laisser tomber ses armes victorieuses, elle reconnaîtra la part qu'auront prise à son salut ceux de ses enfants dont l'activité devait rester nécessairement mystérieuse et secrète; et les générations prochaines, j'en

suis sûr, reconnaîtront qu'aux heures des suprêmes périls, la Science Française, étroitement associée à notre industrie comme aux exploits de nos soldats, a bien mérité de la patrie.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. F. HENNEGUY donne lecture de la Notice suivante :

Un nouveau deuil vient de frapper l'Académie. **JOSEPH-LOUIS RENAUT**, correspondant pour la section d'Anatomie et Zoologie, vient de s'éteindre, à Lyon, le 26 décembre 1917.

Né à La Haye-Descartes, en Indre-et-Loire, le 7 décembre 1844, après avoir fait ses études médicales à Tours puis à Paris, et avoir été pendant cinq ans, au Collège de France, le disciple de Cl. Bernard et de notre confrère Ranvier, Renaut fut nommé professeur, en 1877, lors de la création de la chaire d'Anatomie générale et d'Histologie à la Faculté de Médecine de Lyon. Peu de temps après il devenait en même temps, à la suite d'un brillant concours, médecin des hôpitaux et était nommé, en 1896, associé national de l'Académie de Médecine. Esprit des plus cultivés, il ne se confina pas dans le domaine exclusif de la Science; poète délicat à ses heures de loisir, il publia, sous le pseudonyme de Sylvain de Saulnay, un recueil de Vers couronné par l'Académie française.

Élève de M. Ranvier, Renaut a apporté dans ses recherches l'habileté technique et la rigueur scientifique de son maître. Ne pouvant passer en revue les travaux nombreux et variés qu'il a publiés, je me bornerai à signaler les principaux d'entre eux, ceux qui ont élucidé des questions encore controversées ou qui ont apporté de nouvelles contributions à nos connaissances en Histologie.

Le caractère des épithéliums est d'être constitué par des cellules soudées par un ciment pour former des surfaces de revêtement continues. Les épithéliums des Vertébrés ne sont jamais pénétrés par des vaisseaux sanguins et lymphatiques; quand un tissu, primitivement épithélial, subit cette transformation, il devient ce que Renaut a appelé un *para-épithélium*. Chez la Lamproie la moelle épinière tout entière, avec ses cellules ganglionnaires,

ses fibres nerveuses, sa névroglie et son épithélium épendymaire, se forme aux dépens du névraxe épithélial primitif, sans qu'à l'intérieur de cette masse pénètre un seul vaisseau sanguin. La névroglie considérée, depuis Virchow, comme de nature conjonctive est donc de nature épithéliale et résulte d'une prolifération des cellules de l'épendyme. Mais, pour jouer dans le système nerveux un rôle analogue à celui du tissu conjonctif dans les autres organes, cette production épithéliale s'est modifiée par sa fonction et a pris, dans ce but, une constitution se rapprochant autant que possible de celle du tissu conjonctif. De là, la formation d'un réseau de mailles dans lesquelles peuvent se répandre les sucs nutritifs, puis la pénétration secondaire de vaisseaux dans les parties du système nerveux qui doivent présenter la plus grande activité. Pour effectuer ce remaniement, la production épithéliale n'a pas changé de nature, elle n'a fait que se plier et s'adapter aux nécessités fonctionnelles survenues. Cette notion fondamentale, introduite dans la Science, en 1881, par Renaut pour les centres nerveux amyéliniques, étendue l'année suivante par M. Ranvier aux centres nerveux myéliniques, est adoptée aujourd'hui par la grande majorité des histologistes.

L'étude de la névroglie a conduit Renaut à entreprendre des recherches sur la constitution du tissu conjonctif et de ses dérivés, tissus cartilagineux et osseux. Il a démontré, au sein du tissu conjonctif diffus, l'existence d'une substance fondamentale collagène, de constitution variable, mais continue dans toute l'étendue de ce tissu. Là où elle n'existe pas préalablement, il ne se développe pas de trame conjonctive figurée. Cette trame prend naissance, dans la substance amorphe, sous forme de lames pellucides, dans les intervalles des cellules conjonctives fixes et de leurs prolongements anastomotiques; elle y apparaît d'abord sous forme de fines fibrilles élémentaires, *fibrilles tramulaires*. Par un groupement progressif de ces fibrilles en séries parallèles, résultent les faisceaux conjonctifs. On n'est donc pas autorisé à faire provenir, comme le soutiennent certains histologistes, les fibrilles conjonctives d'une transformation directe des expansions filaires du cytoplasma des cellules fixes.

On savait déjà que les cellules conjonctives élaborent des graisses et que certaines d'entre elles se transforment en vésicules adipeuses. Renaut a découvert que, en outre, elles peuvent exercer un autre mode de l'activité sécrétoire et renfermer, dans des vacuoles de leur cytoplasma, des grains de substance protéique, ou *grains de ségrégation*. Ces grains s'accroissent, mûrissent, puis se redissolvent pour passer dans les espaces intercellulaires

à l'état dissous. Ils se comportent exactement comme ceux de la cellule d'une glande séreuse; ils prennent naissance en réalisant le mode d'activité sécrétoire que l'auteur a qualifié de *mode rhagiocrine* : élaboration d'un grain de ségrégation ou préproduit albuminoïde, au centre d'une vacuole spéciale du cytoplasma, où se concentre autour de lui un liquide sélectionné parmi les constituants du plasma ambiant.

Les cellules conjonctives dérivent des leucocytes dont Renaut a pu suivre toute l'évolution et qui présentent déjà l'activité sécrétoire du mode rhagiocrine. Elles ne cessent de fonctionner comme cellules glandulaires que lorsque tous les éléments de la trame conjonctive ont, dans la sphère de leur action, pris leur constitution et leur développement définitifs. Il paraît donc très probable que la sécrétion rhagiocrine fournit des constituants très importants à la substance fondamentale collagène, soit amorphe, soit évoluant en fibrilles tramulaires, puis en faisceaux conjonctifs, et aux fibres élastiques. Dans le tissu conjonctif adulte, on peut toujours expérimentalement, par irritation mécanique ou microbienne, ramener les cellules à l'activité glandulaire et réveiller chez elles l'action phagocytaire qu'elles possédaient à l'état jeune.

Il résulte des faits découverts par Renaut que, chez l'embryon et chez le jeune individu, pendant toute la durée de son développement, le tissu conjonctif diffus, qui occupe tous les espaces interorganiques, doit être considéré comme la plus vaste glande interstitielle que possède l'organisme des Vertébrés. Cette conception est entièrement nouvelle, car jusqu'ici les biologistes regardaient le tissu conjonctif comme un tissu de remplissage ou de soutènement.

A côté de ces recherches de longue haleine, dont les résultats présentent le plus grand intérêt au point de vue de l'anatomie générale, il convient de citer certains Mémoires importants de Renaut, tels que ceux relatifs au développement du tissu cartilagineux, au tissu fibro-hyalin des Gastéropodes et des Cyclostomes, à la structure du tissu osseux adulte et du tissu adamantin, à la croissance des nerfs, au myocarde, à la vascularisation de la peau, aux capillaires du glomérule du rein, à la variation modelante des vaisseaux sanguins, au pancréas des Ophidiens, etc.

Ces travaux se trouvent exposés en substance dans le grand *Traité d'Histologie*, à la rédaction duquel Renaut a consacré douze années et qui est rempli de faits inédits. Cet Ouvrage, devenu rapidement classique, n'est pas, comme beaucoup d'autres, un travail de compilation; il constitue une œuvre essentiellement originale.

Par ses travaux personnels, ses découvertes et ses idées générales pleines d'originalité, Renaut n'était pas seulement l'un de nos histologistes les plus distingués, il était un véritable chef d'École. Il avait attiré autour de lui une pléiade de travailleurs dont les recherches font le plus grand honneur au maître qui les a suscitées et dirigées. Grâce à lui, la Faculté de Médecine de Lyon était devenue, au point de vue de l'anatomie générale et de l'histologie, l'un des centres les plus actifs que nous ayons actuellement en France. Les brillants élèves qu'il avait su former auront à cœur d'honorer sa mémoire en continuant l'œuvre qu'il avait si bien commencée.

Au nom de l'Académie, j'adresse à la famille du professeur Renaut et en particulier à son gendre M. Guilliermond, le savant botaniste, ses condoléances bien sincères.

MÉCANIQUE RATIONNELLE. — *Mouvements aériens gauches de sphères pesantes légères.* Note de M. PAUL APPELL.

I. Dans une Note intitulée *Expériences de M. Carrière sur le mouvement aérien de balles sphériques légères tournant autour d'un axe perpendiculaire au plan de la trajectoire* ⁽¹⁾, j'ai indiqué une façon de représenter l'effet global de la résistance de l'air, qui rend compte des résultats de ces expériences ⁽²⁾.

L'hypothèse indiquée dans cette Note peut être étendue au cas où la balle possède une rotation instantanée de direction connue quelconque et où la trajectoire du centre de gravité est une courbe gauche. L'hypothèse que nous faisons pour représenter l'action globale de la résistance de l'air sur le mouvement du centre de gravité G de la balle sphérique est alors la suivante : la résistance de l'air, au lieu de donner lieu à une force $R' = mg \varphi(V)$ dirigée en sens contraire de la vitesse V du point G, s'obtient en faisant tourner le vecteur GR', opposé à V, d'un angle aigu α autour de l'axe instantané $G\omega$, en sens contraire de la rotation instantanée ; cet angle α est une fonction croissante de la valeur absolue ω de la rotation instantanée, nulle avec ω . De cette façon, si la rotation est nulle ou si l'axe instantané est tangent à la trajectoire, la résistance est opposée à la vitesse. J'indiquerai, dans un autre recueil, les conséquences de cette hypothèse, qui doivent être soumises à l'expé-

⁽¹⁾ *Comptes rendus*, t. 163, 1917, p. 694.

⁽²⁾ *Journal de Physique*, 5^e série, mai-juin 1916, t. 5, p. 175, et janvier 1917, t. 6, p. 1.

rience. D'après les équations du mouvement qu'on en déduit, en supposant α constant, il est probable dans le cas où $\varphi(V)$ est une fonction croissante quelconque, il est certain dans le cas où l'intensité de la résistance est proportionnelle à V que, quelles que soient les conditions initiales, le mouvement tend vers un mouvement rectiligne et uniforme, dans lequel la vitesse a une grandeur et une direction telles que la résistance soit égale et opposée au poids.

II. Depuis que ma première Note a paru, j'ai eu connaissance d'un article de Lord Rayleigh⁽¹⁾; l'auteur, sans étudier le mouvement de la balle, pénètre profondément dans la question, en cherchant à déterminer les lois de la résistance, par l'étude du mouvement relatif de l'air par rapport à la balle. Il détermine l'effet de la résistance de l'air sur un cylindre circulaire droit supposé immobile dans de l'air animé d'un mouvement plan parallèle aux sections droites du cylindre.

La question du mouvement du solide a ensuite été étudiée par M. Greenhill⁽²⁾; l'auteur montre que, dans les conditions supposées, l'air étant immobile, le centre du cylindre décrit un cercle, quand on néglige la pesanteur, et une trochoïde, quand on en tient compte.

CORRESPONDANCE.

M. A. CLAUDE adresse des remerciements pour la distinction que l'Académie a accordée à ses travaux.

M. le SECRÉTAIRE PERPÉTUEL signale, parmi les pièces imprimées de la correspondance :

La gangrène gazeuse, par ANDRÉ CHALIER et JOSEPH CHALIER. (Présenté par M. Quénu.)

(¹) *On the irregular flight of a tennis-ball* (*Messenger of Mathematics*, New Series, n° 73, 1877).

(²) *Messenger of Mathematics*, t. 9, 1880, p. 113.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions hyperabéliennes.*Note ⁽¹⁾ de M. GEORGES GIRAUD.

Une grande partie des résultats contenus dans les Notes insérées aux *Comptes rendus* des 5 et 19 mars dernier peuvent s'étendre aux fonctions que M. Picard a nommées *hyperabéliennes*. Ils s'étendent aussi vraisemblablement à beaucoup d'autres catégories de fonctions assujetties à ne pas changer par certaines substitutions effectuées sur les variables, fonctions qu'on pourrait réunir sous le nom de *fonctions automorphes de plusieurs variables*.

On peut trouver le polyèdre fondamental d'un groupe hyperabélien de substitutions droites ou gauches,

$$\left(x, y; \frac{ax+b}{cx+d}, \frac{a'y+b'}{c'y+d'}\right); \quad \left(x, y; \frac{ay+b}{cy+d}, \frac{a'x+b'}{c'x+d'}\right) \\ (a, b, c, \dots, d' \text{ réels, } ad - bc = a'd' - b'c' = 1),$$

au moyen d'une méthode de rayonnement en se servant des *multiplicités de centre* (ξ, η)

$$\alpha[(x-\xi)(x_0-\xi_0)(y-\eta)(y_0-\eta_0) + (x-\xi_0)(x_0-\xi)(y-\eta_0)(y_0-\eta)] \\ + \gamma(x-x_0)(y-y_0)(\xi-\xi_0)(\eta-\eta_0) = 0,$$

m_0 désignant le conjugué de m ; c'est, si l'on veut, le lieu du système de deux cercles

$$(x-\xi)(x_0-\xi_0) + (x-\xi_0)(x_0-\xi) + (x-x_0)(\xi-\xi_0) \operatorname{ch} \delta = 0, \\ (y-\eta)(y_0-\eta_0) + (y-\eta_0)(y_0-\eta) + (y-y_0)(\eta-\eta_0) \operatorname{ch} \delta' = 0,$$

où δ et δ' varient en étant assujettis à la condition

$$\alpha \operatorname{ch} \delta \operatorname{ch} \delta' + \alpha + 2\gamma = 0.$$

Considérons un groupe tel qu'une de ses fonctions Θ ait son prolongement analytique arrêté par la surface $(x-x_0)(y-y_0) = 0$, tel encore que le polyèdre fondamental dont on vient de parler n'ait qu'un nombre fini de faces; alors, si celui-ci atteint le domaine réel, c'est uniquement par des sommets; s'il atteint le domaine (x réel, y complexe), c'est unique-

⁽¹⁾ Séance du 17 décembre 1917.

ment par des portions à deux dimensions de multiplicités $x = \text{constante}$ réelle.

Si le polyèdre fondamental a le sommet réel $x = \infty$, $y = \infty$, ce sommet est transformé en lui-même par les transformations $S'^m S''^n$, où

$$S' = (x, y; x + h, y + k), \quad S'' = (x, y; x + h', y + k'),$$

$h : h'$ et $k : k'$ étant rationnels, ou bien par les substitutions $S^m S'^n S''^p$, S' et S'' ayant la même expression que plus haut et S étant la substitution

$$S = (x, y; rx + l, r'x + l'),$$

où r et r' sont les racines d'une équation $s^2 + \lambda s + 1 = 0$, λ étant entier; $h : h'$ et $k : k'$ ne sont plus rationnels, mais assujettis à d'autres conditions. Éventuellement il faut ajouter une substitution gauche aux précédentes.

Si le polyèdre fondamental a pour arête une portion de la multiplicité $x = \infty$, cette portion est le polygone fondamental d'un groupe fuchsien isomorphe au sous-groupe des transformations qui font revenir l'arête sur elle-même; on peut encore écrire les substitutions fondamentales de ce dernier sous-groupe.

Ces renseignements permettent de discuter la nature des singularités des fonctions hyperabéliennes du groupe, et de conclure que trois d'entre elles sont liées par une relation algébrique, et par suite qu'elles s'expriment toutes en fonctions rationnelles de trois d'entre elles.

Soient X, Y, Z ces trois dernières fonctions, et soient

$$z_1 = 1 : \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial X} \frac{\partial y}{\partial Y}\right)^2 - \left(\frac{\partial x}{\partial Y} \frac{\partial y}{\partial X}\right)^2}, \quad z_2 = xz_1, \quad z_3 = -yz_1, \quad z_4 = xy z_1;$$

considérons les z comme des fonctions de X, Y ; ils satisfont à un système de deux équations aux dérivées partielles

$$\begin{aligned} r &= as + bp + cq + gz, \\ t &= a's + c'p + b'q + g'z, \end{aligned}$$

déjà rencontré, à peu près de la même façon, par M. Picard et considéré également, dans certains cas, par M. Appell. On peut considérer ce système comme faisant connaître les différentielles totales des fonctions s, p, q, z , car, si X, Y sont convenablement choisis, $aa' \neq 1$. Les coefficients de ces équations sont algébriques. Les courbes singulières présentent des particularités analogues à celles que j'ai indiquées pour le cas hyperfuchsien.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'itération des substitutions rationnelles et les fonctions de Poincaré.* Note de M. S. LATTÈS.

Soient $z_1 = R(z)$ une substitution rationnelle à points invariants distincts; α un point invariant de multiplicateur S , avec $|S| > 1$: il y a toujours au moins un pareil point ⁽¹⁾. Il existe alors une fonction $\theta(u)$ méromorphe [ou entière si $R(z)$ est un polynôme] vérifiant, quel que soit u , l'équation fonctionnelle

$$(1) \quad \theta(Su) = R[\theta(u)]$$

et prenant pour $u = 0$ la valeur α . L'existence de $\theta(u)$, que nous appellerons *fonction de Poincaré* relative au point invariant α , a été établie par Poincaré ⁽²⁾.

Poincaré impose toutefois à la fonction $\theta(u)$ cherchée la condition $\theta'(0) \neq 0$. Si $\theta'(0)$ est nul et si la première dérivée non nulle pour $u = 0$ est d'ordre p , on trouve encore une fonction $\theta(u)$ méromorphe vérifiant l'équation (1), mais le nombre S qui figure dans cette équation, et qu'on peut encore appeler le *multiplicateur*, est lié à $R'(\alpha)$ par la relation $S^p = R'(\alpha)$; la fonction $\theta(u)$ est alors une fonction méromorphe ou entière de u^p . Par exemple, si la substitution donnée est $z_1 = 2z^2 - 1$, on peut poser $z = \cos u$, $z_1 = \cos 2u$; ici $\theta(u)$ est une fonction entière de u^2 et $R'(\alpha) = 4 = S^2$.

La fonction de Poincaré $\theta(u)$ n'est pas autre chose que la fonction inverse de la fonction de Schröder $\varphi(u)$ dont l'existence dans le domaine du point α a été établie par M. Kœnigs et qui vérifie l'équation

$$\varphi[R(z)] = S\varphi(z).$$

Mais, tandis que la fonction de Poincaré prolongée analytiquement à partir de $u = 0$ donne naissance à une transcendante uniforme méromorphe ou entière, son inverse, la fonction de Schröder, prolongée à partir de $z = \alpha$, est par cela même une fonction analytique multiforme. De là l'avantage qu'il y a à substituer la fonction de Poincaré à la fonction de Schröder, si l'on veut étudier l'itération à partir d'un point initial z quelconque dans le plan.

⁽¹⁾ Cf. FATOU, *Sur les substitutions rationnelles* (Comptes rendus, t. 165, 1917, p. 993).

⁽²⁾ POINCARÉ, *Sur une classe nouvelle de transcendentes uniformes* (Journal de Mathématiques pures et appliquées, 1890).

Pour chaque valeur de z , la relation $z = \theta(u)$ fournit au moins une valeur de u , sauf au plus pour deux valeurs *exceptionnelles* de z , d'après le théorème de M. Picard. On a alors, sous forme paramétrique, pour le point z et ses conséquents z_n , les valeurs suivantes :

$$z = \theta(u), \quad z_1 = \theta(Su), \quad z_2 = \theta(S^2u), \quad \dots, \quad z_n = \theta(S^n u).$$

Ces mêmes formules, pour n entier et négatif, fournissent une suite d'antécédents successifs z_{-n} du point z qui, pour n infini, a une limite égale à $\theta(0)$, c'est-à-dire à α . Ainsi, *on peut choisir, parmi les antécédents successifs possibles d'un point quelconque z , une suite d'antécédents successifs z_{-n} tendant, pour n infini, vers l'un quelconque α des points invariants à multiplicateur supérieur à 1 en module.*

Les points exceptionnels possibles α, β de la fonction $\theta(u)$ sont, ou bien des points invariants de la substitution $(^1)$, ou bien deux points formant un cycle de points périodiques d'ordre 2.

Les problèmes relatifs à l'itération de la substitution donnée sont ainsi transformés en des problèmes relatifs à la croissance de la fonction $\theta(u)$. Pour avoir des catégories de substitutions rationnelles dont l'itération soit facile à étudier, il convient de choisir des substitutions admettant une fonction de Poincaré prise parmi les fonctions méromorphes (ou entières) les plus usuelles. C'est ainsi que, si l'on suppose S entier, et $\theta(u)$ égal à l'une des fonctions, $\tanh u$, $\cos u$, pu , ou à une transformée homographique de ces fonctions, on obtient des substitutions rationnelles pour lesquelles la méthode de l'itération paramétrique permet de résoudre complètement le problème fondamental de l'itération. Ce problème, sous sa forme générale, peut être énoncé ainsi :

Déterminer l'ensemble E' dérivé de l'ensemble E des conséquents z_n d'un point z arbitrairement donné.

L'ensemble E' contient les conséquents de ses divers points; d'autre part, on sait que E' , ensemble fermé, est la somme d'un ensemble parfait E'_1 et d'un ensemble dénombrable E'_2 : l'ensemble E'_1 contient, lui aussi, les conséquents de ses divers points; quant aux points de E'_2 , leurs conséquents peuvent appartenir à E'_1 . Dans les divers exemples qu'on vient d'énumérer, on

(¹) Par exemple, pour la substitution $z_1 = \frac{2z}{1-z^2}$, la fonction de Poincaré est $z = \tanh u$, avec le multiplicateur 2; cette fonction admet les valeurs exceptionnelles $+i, -i$ qui sont des points invariants de la substitution.

sait déterminer complètement E'_1, E'_2 , voir quelles conditions doit remplir z pour que l'un ou l'autre des ensembles E'_1, E'_2 soit nul, pour qu'un point donné du plan fasse partie de E' , ... : ces diverses conditions dépendent de propriétés arithmétiques du nombre z .

Soit par exemple la substitution

$$(2) \quad z_1 = \frac{(z^2 - 1)^2}{4z(z^2 - 1)}$$

qu'on obtient en posant

$$z = pu, \quad z_1 = p(2u) \quad \text{avec} \quad g_2 = 4, \quad g_3 = 0.$$

Si 2ω désigne la période réelle, l'autre période est $2i\omega$. Si l'on pose

$$z = pu = p(2\omega v + 2i\omega w),$$

v et w étant réels, pour déterminer E' , il faut connaître les représentations de v et de w dans le système de numération à base 2. L'ensemble E'_1 est formé en traçant le réseau orthogonal des courbes $v = \text{const.}$, $w = \text{const.}$ (*ovales de Descartes*) et en excluant du plan les points intérieurs à une infinité dénombrable de quadrilatères, contigus ou non, limités par des courbes de ce réseau, la frontière commune à deux quadrilatères contigus exclus devant être elle-même exclue en général; c'est pour la détermination des arcs d'ovales qui limitent les domaines exclus qu'il faut connaître les représentations binaires de v et de w . On peut ainsi résoudre complètement les divers problèmes d'itération relatifs à (2).

La méthode de l'itération paramétrique, par des *fonctions de Poincaré généralisées*, peut être appliquée, dans des cas très étendus, aux substitutions rationnelles à deux variables.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur quelques propriétés des polynômes de Tchebicheff*. Note ⁽¹⁾ de M. JACQUES CHOKHATE, présentée par M. Appell.

1. Désignons par

$$\varphi_k(x) \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

une suite orthogonale et normale de polynômes de Tchebicheff correspondant à l'intervalle donné (a, b) et à la fonction caractéristique $p(x)$, non négative dans (a, b) . Posons

$$\varphi_{n+1}(x) = a_{n+1}x^{n+1} + a_{n+1,1}x^n + a_{n+1,2}x^{n-1} + \dots \quad (a_{n+1} > 0)$$

(¹) Séance du 31 décembre 1917.

et proposons-nous de trouver les limites supérieure et inférieure pour a_{n+1} . Soit une autre suite orthogonale et normale de polynomes

$$\psi_k(x) \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

avec la fonction caractéristique $q(x)$ non négative dans (a, b) . Nous avons, en posant

$$\begin{aligned} \psi_{n+1}(x) &= b_{n+1} x^{n+1} + \dots \quad (b_{n+1} > 0), \\ \varphi_{n+1}(x) &= \sum_{k=0}^{n+1} a_k \psi_k(x), \quad a_k = \int_a^b q(x) \varphi_{n+1}(x) \psi_k(x) dx; \\ \int_a^b q(x) \varphi_{n+1}^2(x) dx &= \sum_{k=0}^{n+1} a_k^2 > a_{n+1}^2 = \frac{a_{n+1}^2}{b_{n+1}^2}, \\ (1) \quad \left\{ \begin{aligned} \sqrt{\left(\frac{q}{p}\right)_{\min}} &< \frac{a_{n+1}}{b_{n+1}} < \sqrt{\left(\frac{q}{p}\right)_{\max}}, \\ \frac{a_{n+1}}{b_{n+1}} &= \sqrt{\frac{q_1}{p_1}}, \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

$\frac{q_1}{p_1}$ désignant un nombre compris entre le maximum $\left(\frac{q}{p}\right)_{\max}$ et le minimum $\left(\frac{q}{p}\right)_{\min}$ de $\frac{q(x)}{p(x)}$ dans (a, b) . C'est la formule (1) qui donne les limites cherchées, si $\psi_{n+1}(x)$ y signifie un polynome de Tchebicheff.

2. Ramenons (a, b) à $(-1, +1)$, nous aurons, en posant dans (1),

$$\begin{aligned} q(x) &= 1 \quad \text{ou} \quad q(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \\ (2) \quad \left\{ \begin{aligned} a_{n+1} &= \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n+3)}{(n+1)!} \sqrt{\frac{2n+3}{2p_1}}, \\ 2^{n+1} \sqrt{\frac{1}{\pi p_{\max}}} &< a_{n+1} < 2^n \sqrt{\frac{2}{p_{\min}}}; \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

$$(3) \quad a_{n+1} = 2^n \sqrt{\frac{2}{\pi p_1}} \quad (1),$$

p_1 est compris entre les maxima et minima de $p(x)$ ou $p(x)\sqrt{1-x^2}$ dans $(-1, +1)$.

(1) J'ai obtenu, dans un travail qui doit paraître prochainement en russe, deux limites analogues pour a_{n+1} . M. W. Stekloff a obtenu une limite inférieure pour a_{n+1} (*Bulletin de l'Académie des Sciences de Pétersbourg*, n° 3, 1917).

3. Soit $f(x)$ une fonction donnée continue dans (a, b) . Désignons par $T_{n,f}(x)$ le polynôme du degré n s'écartant le moins possible de $f(x)$ dans (a, b) et par $E_n(f)$ le maximum de $|f(x) - T_{n,f}(x)|$ dans (a, b) .

Nous avons

$$f(x) = \sum_{k=0}^n A_k \varphi_k(x) + \rho_n(x), \quad A_k = \int_a^b p(x) f(x) \varphi_k(x) dx,$$

$$T_{n,f}(x) = \sum_{k=0}^n \alpha_k \varphi_k(x), \quad \alpha_k = \int_a^b p(x) T_{n,f}(x) \varphi_k(x) dx.$$

$$(4) \quad |A_k - \alpha_k| < E_n(f) Q, \quad Q^2 = \int_a^b p(x) dx \quad (k = 0, 1, 2, \dots),$$

$$(5) \quad \lim |A_k - \alpha_k|_{n=\infty} = 0.$$

THÉORÈME. — *Les deux développements*

$$f(x) \simeq \sum_{k=0}^n A_k \varphi_k(x), \quad A_k = \int_a^b p(x) f(x) \varphi_k(x) dx,$$

$$T_{n,f}(x) = \sum_{k=0}^n \alpha_k \varphi_k(x), \quad \alpha_k = \int_a^b p(x) T_{n,f}(x) \varphi_k(x) dx$$

deviennent identiques pour $n = \infty$ quelle que soit la fonction $p(x)$.

4. Les formules déduites de l'inégalité (4)

$$(6) \quad |A_{n+1}| < E_n(f) Q, \quad |A_{n+1} \varphi_{n+1}(x)| < Q E_n(f) |\varphi_{n+1}(x)|$$

déterminent la convergence du développement

$$f(x) \simeq \sum_{k=0}^{\infty} A_k \varphi_k(x), \quad A_k = \int_a^b p(x) f(x) \varphi_k(x) dx.$$

Ainsi (6) montre que ce développement converge uniformément pour une fonction $f(x)$, sous les conditions

$$f'(x) = \int_{-1}^x \varphi(x) dx + C,$$

$$|\varphi_n(x)| < k n^\alpha, \quad \alpha < 1 + \frac{1}{p} + 1.$$

Tel est précisément le cas où l'on a $\left(\alpha = \frac{1}{2}\right)$

$$p(x) = \frac{\bar{p}(x)}{\sqrt{1-x^2}}, \quad \bar{p}(x) > 0 \quad (-1 < x < 1).$$

5. En vertu de l'inégalité (4), on déduit, en posant $f(x) = x^{n+1}$,

$$(7) \quad \left\{ \begin{aligned} T_{n,f}(x) &= \sum_{k=0}^n \left[\int_{-1}^{+1} p(x) f(r) \varphi_k(x) dr + G_k E_n(f) Q \right] \varphi_k(x), \quad -1 < x < +1. \\ T_{n,x^{n+1}}(x) &= x^{n+1} - \frac{\cos(n+1) \arccos x}{2^n}, \quad E_n(x^{n+1}) = \frac{1}{2^n}. \end{aligned} \right.$$

$$(8) \quad \left\{ \begin{aligned} a_{n+1} &> \frac{2^n}{Q}, \quad \delta \leq |a_{n+1,1}| < \frac{2^n Q}{p_{\min}}, \\ |a_{n+1,2}| &= 2^{n-1}(n+1) \left(l_{n+1,2} + \frac{l'_{n+1,2}}{n+1} \right), \quad |a_{n+1,3}| = 2^{n-2} n \left(l_{n+1,3} + \frac{l'_{n+1,3}}{n} \right), \\ &\dots \dots \dots \end{aligned} \right.$$

$l_{n+1,2}, l'_{n+1,2}, l_{n+1,3}, l'_{n+1,3}$ restant finis quand n croît indéfiniment.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une propriété générale des fonctions analytiques.* Note de M. ARNAUD DENJOY, présentée par M. Paul Painlevé.

Soit $F(x)$ une fonction analytique de la forme

$$(1) \quad (x-a_1)^{\alpha_1} (x-a_2)^{\alpha_2} \dots (x-a_n)^{\alpha_n} G(x),$$

les a_i et α_i étant indépendants de x . On a le théorème suivant :

Si les points a_j sont intérieurs à un contour simple C , dans et sur lequel G est régulier et non nul, et si l'ARGUMENT DE $F(x)$ VARIE DANS UN SENS CONSTANT quand x décrit C ,

1° F' possède à l'intérieur de C $(n-1)$ zéros b_k distincts des a_j ;

2° Toute courbe d'équation $\arg F_{(n)} = \text{const.}$, ayant un arc intérieur à C , passe soit en un point a_j , soit en un point b_k .

Supposons que F' ne s'annule pas sur C , et que C possède en chaque point une tangente variant continuellement et faisant avec l'axe réel l'angle α . Soit $\Gamma(x) = \log G(x)$. Γ est holomorphe dans C et sur C . On a

$$\frac{F'}{F} = \sum \frac{\alpha_j}{x-a_j} + \Gamma'(x) = \frac{U(x)}{(x-a_1) \dots (x-a_n)},$$

U étant holomorphe dans et sur C . Les b_k sont les zéros de U intérieurs à C . Si s est l'arc $x_0 x$ de C , x_0 étant un point de C indépendant de x , on a

$$u = e^{i\alpha} \frac{F'}{F} = \frac{d}{ds} \log F = \frac{d}{ds} \log |F| + i \frac{d}{ds} \arg F.$$

Dans le mouvement de x sur C , u varie continûment, en restant d'un même côté de l'axe réel. Donc la variation d' $\arg u$ est nulle. Celle de α est $2n$. Donc, celle de $\arg U$ est $2(n-1)\pi$. Les b_k sont donc bien au nombre de $(n-1)$, chacun étant compté avec l'ordre de multiplicité où il annule F' .

C étant supposé ne contenir aucun des points L , singularités ou zéros de F ou de F' , la condition que $\arg F$ varie dans un sens constant sur C équivaut à celle-ci, que C coupe une fois et une seule chacun des arcs d'équation $\arg F(x) = \text{const.}$ passant par ses divers points et limités des deux parts à une certaine distance positive assez petite de C . Si donc le contour C n'admettait pas une tangente continue, on pourrait, sans rencontrer de points ζ , le déformer en un contour à tangente continue, C remplissant les conditions du théorème et renfermant à son intérieur les mêmes points ζ que C . Le théorème, vrai pour C' , l'est aussi pour C .

Dans tous les cas envisagés ci-après, il est pareillement possible de supposer C doué d'une tangente variant continûment, sauf en général aux zéros θ de F' .

La *première partie* du théorème subsiste si $\arg F$ est *simplement assujetti à ne pas posséder sur C les deux sens de variation*.

En effet, C ne contenant pas de zéro de F' , u ne passe pas par l'origine et son argument est toujours déterminé. u n'ayant pas de positions séparées par l'axe réel, la variation de $\arg u$ est nulle.

La seconde partie du théorème se démontre dès lors immédiatement. Une courbe γ d'équation $\arg F(x) = \text{const.}$ ayant à l'intérieur de C un point ξ distinct des ζ se prolonge dans les deux sens à partir de ξ , sans arrêt ni ambiguïté possible tant qu'elle ne rencontre pas un point ζ . Si donc elle ne s'arrête pas en un point α , ni ne se ramifie en un point b_k , elle aboutit à C en deux points α, β . L'arc de γ compris entre α et β , ajouté à l'un ou à l'autre des deux arcs de C séparés par α et β , forme deux contours simples S_1, S_2 . Ni sur S_1 , ni sur S_2 , $\arg F$ ne possède les deux sens de variation. Donc si p et $n-p$ sont respectivement les nombres de points a_j intérieurs à S_1 et à S_2 , ces deux contours renferment respectivement à leur intérieur $(p-1)$ et $(n-p-1)$ points b_k . Donc C contiendrait $(n-2)$ points b_k et non pas $(n-1)$.

Observons enfin que, si γ aboutit d'un côté à un point α_m et de l'autre à un point α_p , en vertu du théorème de Rolle, applicable aux courbes où l'argument de γ est constant; ou bien les parties réelles de α_m et α_p sont de signes contraires, ou bien γ contient au moins un point b_k .

La première partie du théorème est encore exacte, simplement si le sens de variation d' $\arg F$ est constant au moins aux points de C où $|F|$ passe par un maximum ou par un minimum. Car la variation de $\arg u$ sur C est encore nulle dans ce cas.

Soit θ un zéro d'ordre p de F' . Les $(p + 1)$ branches simples de la courbe $\arg F(x) = \arg F(\theta)$, rayonnant autour de θ , séparent $2(p + 1)$ angles curvilignes ω d'égale ouverture. Si C contient θ , deux secteurs formés l'un de $2q$, l'autre de $2(p - q)$ angles ω , sont, au voisinage de θ , respectivement intérieur et extérieur à C . Il faut alors, dans l'application de la première partie du théorème, compter θ comme représentant q zéros de F' intérieurs à C . Si $\arg F$ était constant sur un arc de C contenant θ entre ses extrémités, il faudrait considérer comme traversés par C les deux angles ω par où C accède à la courbe $\arg F = \arg F(\theta)$. Ces résultats s'obtiennent en considérant les courbes $\arg F = \text{const.}$ au voisinage de θ .

En vertu de la première partie du théorème, si, à l'intérieur d'un contour simple C dans lequel F est de la forme (1), le module de F est constant, F' s'annule $(n - 1)$ fois intérieurement à C , en des points distincts des n zéros ou singularités de F .

Si F' s'annulait en un point θ de C , il faudrait que l'intérieur de C contînt, au voisinage de θ , un nombre pair ou nul $2q$ d'angles ω . θ compterait pour q zéros de F' intérieurs à C . On pourrait même appliquer la proposition à un contour multiple G où $|F|$ est constant, à la condition de considérer chaque point multiple θ de G comme la réunion de points anguleux distincts.

PHYSIQUE. — Détermination expérimentale d'un moment de la forme $X \frac{d\theta}{dt}$ et d'une inertie apparente provenant de la viscosité d'un fluide. Note de M. A. GUILLET, présentée par M. G. Lippmann.

On sait qu'un cadre galvanométrique en action est sollicité par un couple de moment

$$M = S \varphi i \cos \theta,$$

en sorte que son mouvement satisfait à l'équation

$$I \frac{d^2 \theta}{dt^2} + S \varphi i \cos \theta + C \theta = 0.$$

Si le cadre est inséré dans un circuit de résistance totale R , le courant

induit i est tel que

$$L \frac{di}{dt} + Ri - S\varphi \cos \vartheta \frac{d\vartheta}{dt}.$$

En opérant sous des angles *suffisamment petits*, l'équation du mouvement se simplifie et devient

$$\frac{LI}{R} \frac{d^3\vartheta}{dt^3} + \frac{I}{R} \frac{d^2\vartheta}{dt^2} + \left(\frac{L}{R} C + \frac{S^2 \varphi^2}{R} \right) \frac{d\vartheta}{dt} + C\vartheta = 0.$$

Enfin, si l'on se place dans des conditions où *la constante de temps du circuit est négligeable*, on tombe sur l'équation classique

$$I \frac{d^2\vartheta}{dt^2} + \frac{S^2}{R} \frac{d\vartheta}{dt} + C\vartheta = 0,$$

dans laquelle

$$\varphi = S\varphi.$$

Ainsi il est facile d'appliquer à un équipage un couple de moment

$$M = b \frac{d\vartheta}{dt},$$

dont le coefficient d'action $b = \frac{S^2 \varphi^2}{R}$ peut recevoir à volonté toutes les valeurs comprises entre $\frac{S_0^2 \varphi_0^2}{R}$ et $\frac{S_1^2 \varphi_1^2}{R_1}$ imposées par construction.

Si b_0 et b_1 sont les valeurs qu'il faut donner à b pour que l'équipage se meuve *de même* avant et après l'application du couple inconnu

$$X \frac{d\vartheta}{dt},$$

on a évidemment

$$X = b_0 - b_1.$$

Choisissons *l'état critique* comme état de mouvement à restituer et soit, à titre d'exemple, à déterminer le couple amortisseur provenant de la rotation d'un disque métallique au sein d'un champ magnétique normal à sa surface.

On rendra le disque solidaire du cadre de façon que son axe coïncide avec le prolongement du fil de suspension et l'on mesurera la résistance R_0 qui répond à l'état critique. Après quoi on produira le champ qui doit faire frein sur le disque, et l'on déterminera la nouvelle résistance R_1 qui répond alors à l'état critique. Comme I et C sont maintenus invariables, on a

$$X = b_0 - b_1 = S^2(c_0 - c_1).$$

c_0 et c_1 étant les conductibilités du circuit répondant aux états critiques.

On dévie l'équipage à l'aide d'un courant auxiliaire, puis on le libère, lorsqu'il est parfaitement immobile, en supprimant la force électromotrice qui produit ce courant, le circuit étant maintenu fermé.

Dans le cas où un solide de révolution (disque, sphère, etc.) se meut autour de son axe au sein d'un fluide, non seulement celui-ci, *en raison de sa viscosité et de son état*, applique au solide un mouvement de la forme $X \frac{d\theta}{dt}$, mais faisant *corps à un certain degré*, avec lui, il en accroît le moment d'inertie apparent de Y .

Ayant suspendu le solide au cadre de façon que son axe fasse suite au fil de torsion et par l'intermédiaire d'un étrier pouvant recevoir un corps A dont on connaît *a priori* le moment d'inertie α par rapport à l'axe du fil, on ajustera la résistance de façon à réaliser les états critiques dans les conditions suivantes :

Le solide de révolution est hors du liquide,

$$(1) \quad b_0^2 = 4IC;$$

avec l'inertie complémentaire

$$(2) \quad b_1^2 = 4(I + \alpha)C;$$

au sein du fluide

$$(1') \quad b_1'^2 = 4(I + Y + \alpha)C;$$

sans l'inertie complémentaire

$$(2') \quad b_0'^2 = 4(I + Y)C.$$

Remplaçant le coefficient b par ses valeurs respectives

$$\frac{S'^2}{R_0}, \quad \frac{S'^2}{R_1}, \quad \frac{S'^2}{R_1} + X, \quad \frac{S'^2}{R_0} + X,$$

on obtient immédiatement les valeurs de X et de Y .

On remarquera que les opérations (1) et (2) peuvent n'être répétées qu'au commencement et à la fin d'une série de mesures portant par exemple sur les variations de X et de Y avec la température.

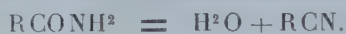
J'ai été surpris de la précision et de la rapidité avec laquelle on peut déterminer l'état critique qui est une sorte d'état limite. Pour tirer de cette méthode fort expéditive les valeurs de la viscosité η elle-même, il faut calculer au préalable les valeurs de X et de Y à partir des équations de Navier et de Stokes pour le système solide-fluide choisi, partant du repos, et animé du mouvement critique.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Nouvelle méthode de préparation des nitriles aromatiques par catalyse.* Note de M. ALPHONSE MAILHE.

On sait que les éthers-sels se changent en amides lorsqu'on les traite par de l'ammoniaque :



D'autre part, les amides fournissent des nitriles par déshydratation au moyen d'anhydride phosphorique ou en présence de certains catalyseurs (pierre ponce, sable, alumine, graphite) (Boehner et Andrews) :



Mais les amides sont des corps solides, bouillant à température élevée et, par suite, difficiles à entraîner en vapeurs sur un catalyseur.

Je me suis demandé si l'action du gaz ammoniac, réagissant sur les éthers-sels, au contact d'un catalyseur déshydratant, ne pouvait pas fournir les deux réactions précédentes d'une manière simultanée et conduire du premier coup au nitrile.

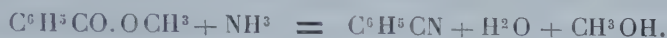
Le benzoate de méthyle, $\text{C}^6\text{H}^5\text{CO}^2\text{CH}^3$, dirigé en vapeurs, en même temps que du gaz ammoniac, sur de l'oxyde de thorium chauffé entre 450° et 470° (température prise dans la rigole qui supporte le tube à catalyse), fournit un léger dégagement gazeux constitué par de l'ammoniac en excès et de l'hydrogène. Le liquide recueilli à la sortie du tube est formé de deux couches : l'une, aqueuse, à réaction aldéhydique ; l'autre, soumise à la distillation, fournit une petite quantité de méthanol ayant dissous un peu d'aldéhyde formique, tandis que la majeure partie distille entre 188° et 191° . Au-dessus de 191° , il restait un résidu insignifiant. La portion bouillant entre 188° et 191° possède une odeur forte d'amandes amères ; elle fournit immédiatement un précipité cristallisé jaune avec le chlorure cuivreux en solution chlorhydrique. C'est le benzonitrile $\text{C}^6\text{H}^5\text{CN}$, bouillant à 190° - 191° . Je l'ai identifié en le soumettant à l'hydrogénation sur le nickel divisé à 180° - 200° ; il s'est transformé en majeure partie en toluène et en un mélange de benzylamine et de dibenzylamine, caractérisées par leurs chlorhydrates.

Quant à la réaction aldéhydique signalée plus haut, elle vient du fait de la décomposition d'une petite quantité de méthanol en hydrogène et

formaldéhyde :



On voit donc que la simple décomposition du benzoate d'éthyle par le gaz ammoniac, au contact de thorine, conduit à une bonne préparation du benzonitrile

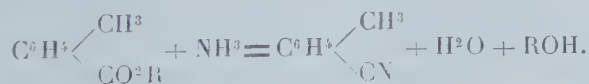


Cette réaction n'a pas lieu d'une manière sensible jusqu'à 400°. Elle devient réellement importante vers 430°-440° et, à 470°-480°, elle est presque totale.

Le benzoate d'éthyle, $\text{C}^6\text{H}^5\text{CO}^2.\text{C}^2\text{H}^5$, qui bout à 211°, fournit dans les mêmes conditions que le précédent un dégagement gazeux formé d'hydrogène contenant un peu d'éthylène, et un liquide non homogène constitué par de l'eau et par un produit qui, soumis à la rectification, abandonne, entre 60°-85°, une fraction à réaction aldéhydique (elle rougit immédiatement le réactif de Caro); puis le thermomètre monte sans s'arrêter jusqu'à 189°, et tout le liquide passe à peu près complètement entre 189°-191°, ne laissant qu'un très faible résidu. La portion 189°-191° est constituée par du benzonitrile sensiblement pur caractérisé comme précédemment. On voit encore que, dans ce cas, la réaction prévue est presque totale.

Avec le benzoate d'isopropyle, $\text{C}^6\text{H}^5\text{CO.OCH}(\text{CH}^3)^2$, qui bout à 218°, le dégagement gazeux contient, en outre de l'hydrogène, une dose importante de propylène. Le liquide recueilli, séparé de l'eau formée par simple décantation, est presque entièrement formé de benzonitrile.

Les éthers toluïques se comportent de la même manière que les éthers benzoïques, lorsqu'on les dirige, en même temps que du gaz ammoniac, sur de la thorine chauffée vers 450°-470°. Ils fournissent avec de bons rendements les nitriles toluïques correspondants :



Ainsi l'éther méthylque de l'acide orthotoluïque, bouillant à 207°-208°, fournit le tolunitrile ortho, qui bout à 203°, et qui donne la combinaison cristallisée avec le chlorure cuivreux chlorhydrique. L'éther éthylique de l'acide paratoluïque conduit également au paratolunitrile, bouillant à 217°, se combinant également avec la solution chlorhydrique de chlorure cuivreux.

Parmi les acides aromatiques extranucléaires, l'acide phénylacétique fournit aisément le phénylacétate d'éthyle, dont les vapeurs, dirigées en présence d'ammoniac sur la thorine chauffée à 450° - 460° , fournissent avec perte d'eau le cyanure de benzyle, $C^6H^5CH^2CN$, donnant également la combinaison cristallisée avec le chlorure cuivreux.

Cette méthode semble tout à fait générale. Elle a le grand avantage de partir des éthers-sels, qui sont des corps très faciles à préparer et parfaitement stables. Elle évite en outre l'emploi du cyanure de potassium, toujours dangereux à manier. Elle produit enfin les nitriles aryliques avec de très bons rendements, par un procédé qu'il est très aisé de mettre en œuvre. Je me propose de l'étendre aux différents éthers aryliques.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la distillation de la cellulose et de l'amidon dans le vide*. Note de MM. AMÉ PICTET et J. SARASIN, transmise par M. Armand Gautier.

Les résultats obtenus dans la distillation de la houille sous pression réduite (¹) nous ont engagés à appliquer la même méthode d'investigation à d'autres matières d'origine végétale. Nous nous sommes adressés en premier lieu à la *cellulose*. Nous avons trouvé que lorsqu'on chauffe graduellement la cellulose pure (coton) dans un appareil distillatoire dans lequel on a fait un vide de 12^{mm} - 15^{mm} , il passe d'abord de l'eau, puis, entre 200° et 300° , une huile épaisse de couleur jaune, qui se prend bientôt en une masse pâteuse et semi-cristalline. Il ne reste dans la cornue qu'une faible quantité de charbon (10 pour 100).

La masse pâteuse forme les 45 pour 100 de la cellulose employée; pour la purifier, il suffit de la faire cristalliser une ou deux fois dans l'acétone bouillante ou dans une petite quantité d'eau chaude. On obtient ainsi un corps parfaitement blanc, en cristaux tabulaires anhydres et fusibles à $179^{\circ},5$. L'analyse de ce composé, ainsi que la détermination de son poids moléculaire par cryoscopie et par ébullioscopie, lui assignent la formule $C^6H^{10}O^8$. Il est très soluble dans l'eau, l'alcool, l'acétone et l'acide acétique, et presque insoluble dans les autres dissolvants organiques. Sa solution aqueuse est neutre au tournesol et possède une saveur à la fois amère et sucrée. Il est fortement lévogyre ($\alpha_D = -67^{\circ},25$ pour une solution de 08,4103 dans 10^{cm^3} d'eau). Il ne distille pas sans décomposition à la pression ordinaire. Il réagit

(¹) *Comptes rendus*, t. 157, 1913, p. 779 et 1436; t. 160, 1915, p. 629; t. 163, 1916, p. 358; t. 165, 1917, p. 113.

vivement avec les chlorures d'acétyle et de benzoyle, en donnant un dérivé triacétylé fusible à 110° et un dérivé tribenzoylé fusible à 199°,5.

Ces propriétés concordent en tout point avec celles de la *lévoglucosane*, que Tanret ⁽¹⁾ a décrite en 1894 comme l'un des produits du dédoublement de certains glucosides (picéine, salicine et coniférine), et que Vongerichten et X. Müller ⁽²⁾ ont obtenue plus tard par hydrolyse d'un quatrième glucoside, l'apiine.

Nous avons observé, en second lieu, que l'*amidon* se comporte exactement comme la cellulose dans la distillation sous pression réduite; il fournit, avec le même rendement, un produit qui est identique au précédent. Enfin, un essai purement qualitatif nous a montré que l'on peut retirer également la lévoglucosane de la *dextrine*.

Le composé découvert par Tanret acquiert ainsi un nouvel intérêt, du fait qu'il paraît être le produit primordial de la décomposition pyrogénée des hydrates de carbone en général. Nous nous proposons d'en faire une étude plus approfondie, de fixer si possible sa constitution et d'élucider le mécanisme de sa formation. S'agit-il, dans ce dernier cas, d'une simple dépolymérisation des hydrates de carbone, selon l'équation



ou le phénomène est-il plus complexe, c'est ce que nous nous efforcerons d'établir. Si nos expériences viennent justifier la première interprétation, nous chercherons à réaliser la transformation inverse, en soumettant la lévoglucosane à l'influence des agents polymérisants.

GÉOLOGIE. — *Sur le détroit de la Navarre*. Note de M. STUART-MENTEATH, présentée par M. H. Douvillé.

Les Pyrénées proprement dites se terminent au pic d'Anie, elles sont séparées des montagnes basques par une bande transversale de Crétacé. L'exploration constante de ce détroit m'a imposé une interprétation différente de celle qui a été suggérée à d'autres observateurs par l'étude de la région orientale (*Bull. Soc. géol.*, t. 11, p. 122-153) et acceptée par Suess comme typique des Pyrénées (*La face de la Terre*, t. 3, p. 918 et 919).

(1) *Bulletin de la Société chimique*, 3^e série, t. 11, p. 949.

(2) *Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft*, t. 39, p. 241.

Entre Licq et Larrau le calcaire fondamental a été figuré tantôt comme carbonifère, tantôt comme triasique; il m'a déjà donné des fossiles crétacés dans le fond de la longue gorge à l'ouest de Salhagaigne. Partout directement recouvert par le conglomérat qui alterne avec le Flysch au nord de Tardets, ce calcaire est visiblement continu jusqu'au fond de la gorge, bien qu'il soit reconnu comme cénomanien sur les hauteurs et figuré en carbonifère dans le fond. A l'est de Licq on a figuré, au contraire, le sommet intitulé *Rochers* en Carbonifère et sa descente au fond des gorges comme Cénomanien, bien qu'il supporte toujours régulièrement le conglomérat. En réalité, il s'agit de plis brusques et irréguliers; c'est bien partout le même calcaire, qui n'est pas carbonifère, mais crétacé par ses polypiers et assimilable au Cénomanien de la bordure des montagnes. Un de ces polypiers, recueilli entre Salhagaigne et Licq, sous les chapeaux les plus continus du conglomérat, a été étudié par M. G. Dollfus qui a pu le reconnaître comme un *Rhabdophyllia*, genre connu seulement depuis le Jurassique jusqu'au Crétacé; d'autres échantillons moins parfaits avaient déjà été reconnus par M. Douvillé comme probablement crétacés, et ils sont associés avec les *Cidaris* et les débris de Crabes qui accompagnent les Rudistes à Saint-Joseph-de-Larrau; ce marbre spécial se répète dans tous ces gisements, mais les Rudistes y sont si rares que ce calcaire à Hippurites a été figuré en 1890 comme Cambrien.

Les plis brusques dont il s'agit se répètent dans les pics extérieurs de Bégusse, Archibèle et Laxague, figurés comme des chapeaux de Jurassique flottant sur le Flysch, tandis qu'à l'intérieur des gorges qui les traversent on voit le Jurassique surgir presque verticalement depuis le fond; le Flysch les domine en hauteur au nord de Tardets, les enveloppant presque complètement; des lambeaux de conglomérats se montrent jusqu'auprès des sommets, en discordance notable sur le Jurassique dont ils renferment des cailloux roulés fossilifères. Des exploitations de fer, accompagnées d'ophite, exposent nettement le caractère local des accidents et la redescente du Jurassique ainsi que du Crétacé au-dessous du Flysch qui les entoure.

Les figurés dont il a été question font abstraction des vastes intrusions d'ophite, de lherzolite, et de microgranulite qui prolongent celles de tout le pourtour des montagnes basques, traversent le détroit de Navarre et peuvent être suivis jusqu'à Baigorri et aux Eaux Chaudes, où elles sont pincées dans des synclinaux. Logiquement classées en Permo-Trias comme recouvrant le Cambrien de la carte de 1890, ces roches remplacent le Jurassique au Bégousse comme dans l'Ariège, et traversent le Flysch dans la

récente carte d'Orthez, ainsi qu'à Asson, signalé par Marcel Bertrand. Sur des kilomètres, le long du canal du barrage de Sainte-Engrace, les ophites ont transformé le calcaire crétacé en marnes rouges, alternant avec des filets verticaux de gypse traversant les couches, et le calcaire même du barrage est criblé de fer oligiste et largement transformé en cargneule et dolomie cristalline. On voit nettement la continuité, en travers de la rivière, des couches reconnues comme calcaires à Hippurites avec celles qui présentent des filons irréguliers d'ophite, chacun avec une auréole de gypse et de marnes rouges, tantôt dans le calcaire et tantôt dans le Flysch qui le recouvre. Dans le sein du calcaire à Hippurites le plus typique, à l'est de la gorge de Cacouetta, j'ai pu étudier les filons de galène, avec salbandes régulières, descendant verticalement dans ce calcaire. C'est la répétition des filons de zinc, plomb, baryte et fer, qui accompagnent, entre Saint-Sébastien et Bilbao, les plus vastes ophites des Pyrénées.

Il faut encore attribuer au phénomène ophitique de Sainte-Engrace la production locale de dolomie cristalline et la silicification locale de roches diverses. C'est ainsi qu'à l'est de l'Église, le Flysch passe insensiblement à un quartzite par le développement progressif de filets de quartz. Des blocs de toute provenance, rangés sur les anciens *thalwegs*, mais hétérogènes et reposant sur les têtes des couches, ont été pris pour des affleurements de Permien, entourant un Silurien « à fausses graptolites », par des auteurs qui ont postérieurement reconnu leur véritable nature sur la feuille d'Orthez.

Cette silicification est surtout remarquable au sud de Licq, où elle se développe au contact du calcaire avec le conglomérat, transformant leur pâte en quartzite feldspathique qui se retrouve en blocs dans le conglomérat et ressemble à une roche éruptive. Aux *Rochers*, au Saint-Joseph-de-Larrau, au sud de Sainte-Engrace, etc., cette silicification affecte les têtes des anticlinaux du calcaire encore attribué au Trias ou au Carbonifère. Autour de Tardets et d'Iholdy elle produit, dans le Flysch, des quartz bipyramidés, autrefois recherchés pour les opticiens, ainsi que des concrétions tubulaires remarquables, tandis que ses conglomérats présentent des fossiles roulés du Cénomanién. Au sud du barrage de Sainte-Engrace, ainsi qu'au nord d'Iholdy, le quartzite est développé largement au delà des limites que les coupes théoriques lui attribuent, et il est nettement superposé au calcaire crétacé.

Sur le versant espagnol, le Flysch domine le détroit encore plus visiblement qu'à Tardets et la seule surface de discordance visible est à sa base;

cette surface est ignorée dans les coupes théoriques et remplacée par d'autres que je n'ai pu découvrir. Entre Licq et Sainte-Engrace, le calcaire est figuré comme plongeant au Nord, surmonté par une énorme épaisseur de schistes paléozoïques, puis par le conglomérat couronnant les pics, tandis que des lambeaux de Lias surmontent par places le calcaire. Vingt fois j'ai trouvé au contraire le calcaire s'enfonçant au Sud sous la rivière, couronné par le Cénomanién et enfoui sous 300^m de conglomérats, que les schistes enveloppent irrégulièrement.

A l'est de Sainte-Engrace, dans le haut de Lourdios, on retrouve le conglomérat au fond de la vallée et remontant sur les pentes, tant au Nord qu'au Sud; il surmonte nettement le Crétacé fossilifère. Ici, comme à Iholdy, le conglomérat est injecté d'ophite et largement composé de blocs de cette roche. Son empilement ayant occupé des milliers d'années, les injections ont suivi les éjections, selon le régime des tufs volcaniques.

La tectonique du détroit en question est en réalité une continuation, en travers des Pyrénées, de la structure des couches de Dax, Bastennes et Salies-de-Béarn. Elle ne peut servir comme type de la structure de la chaîne pyrénéenne.

GÉOLOGIE. — *Sur l'existence de nappes de charriage dans la région de Tunis.*

Note de MM. L. GENTIL et L. JOLEAUD, présentée par M. Haug.

Nous avons révélé l'existence de nappes de charriage dans le Nord tunisien, depuis Bizerte jusqu'au delà de Tebourba et de Teboursoûk ⁽¹⁾. Le même régime tectonique s'étend aux environs de Tunis, en particulier aux djebels Bou Kournin, Ressas et Zaghouan.

La masse liasique du djebel Bou Kournin ⁽²⁾ se présente comme un faux synclinal implanté dans les marno-calcaires oolithiques et crétacés qui affleurent entre Hammam Lif et Fondouk Djedid ⁽³⁾. A la surface même du Crétacé, à l'ouest de cette dernière localité, des paquets de Lias formant les djebels Kedel, el Mokta, etc., couronnent, sous la forme de lambeaux de recouvrement, les marnes crétacées.

Le djebel Ressas est particulièrement instructif pour l'étude des nappes des environs de Tunis. L'un de nous a indiqué que la partie nord du Ressas,

⁽¹⁾ *Comptes rendus*, t. 163, 1917, p. 363 et 506.

⁽²⁾ FIGEUR et HAUG, *Comptes rendus*, t. 122, 1896, p. 1354.

⁽³⁾ A. JOLEAUD, *Bull. Soc. géol. France*, 4^e série, t. 1, 1901, p. 113 et suiv.

dite Petit Ressas, offre l'apparence d'un faux synclinal de calcaires subré-cifaux du Lias et du Tithonique, enfoncé entre des argiles triasiques et des marnes néocomiennes ⁽¹⁾. Le Tithonique repose au Nord-Ouest sur le Trias et au Nord-Est sur le Néocomien ⁽²⁾.

A l'extrémité nord du rocher, le Trias se montre en lame pincée entre le Néocomien et le Tithonique. Au col qui sépare les deux Ressas, on observe trois petits lambeaux de recouvrement; deux d'entre eux sont triasiques et le troisième néocomien ⁽³⁾. Enfin, à la pointe sud de la montagne, dans le Grand Ressas, on voit les calcaires tithoniques, plissés en synclinal, qui reposent sur les marnes éocrétacées dans lesquelles s'insinue le Trias du marabout de Sidi Ahmeur. Cependant, si l'on examine la partie culminante de la masse du Grand Ressas, on constate dans les exploitations minières que les strates du Lias et du Tithonique paraissent dessiner un anticlinal aigu vers le sommet du rocher.

Ainsi donc le Ressas correspondrait à un renflement amygdaloïde du front de la nappe limité par deux zones d'étirement. Ce bloc de Jurassique, originellement étalé dans les marnes crétacées, aurait basculé contre un anticlinal du substratum. Dans ce mouvement de bascule, c'est la partie supérieure de la nappe jurassique qui a formé le flanc oriental de la montagne et la partie inférieure, le revers occidental. Le Trias constituait lui-même une nappe supérieure dont témoignent les petits lambeaux du col.

Le djebel Bou Kournin ne serait qu'un Ressas décapé, dont la moitié inférieure subsisterait seule.

Le djebel Zaghouan est, au contraire, un très grand Ressas. Les calcaires liasiques et tithoniques qui prennent part à sa structure surplombent, à l'Ouest, le Néocomien, à l'Est, le Nummulitique ⁽⁴⁾.

Au nord de la masse jurassique principale, ou Grand Zaghouan, se détache le Petit Zaghouan, en tous points comparable au Petit Ressas et, comme lui, constitué principalement par des calcaires tithoniques. Ceux-ci chevauchent nettement, à l'extrémité nord de la montagne, le Néocomien, ainsi qu'on peut le voir dans divers travaux de mine : Néocomien et Tithonique plongent, en ce point, vers le Sud. Les strates de ces terrains s'infléchissent ensuite en décrivant une courbe convexe : elles finissent, au sommet du Petit Zaghouan, par être inclinées vers le Nord.

(1) L. JOLEAUD, *Ass. franç. Avanc. Sc.*, XLII, Tunis, 1913 (1914), p. 225.

(2) TERMIER, *Bull. Soc. géol. France*, 4^e série, t. 8, 1908, p. 109.

(3) LYON, MERCIER PAGEYRAL et LABORDE, *Note sur les mines de zinc et de plomb du djebel Ressas*, 1913, p. 7-26, carte et coupes géol.

(4) Les contours géologiques du djebel Zaghouan ont été figurés par M. BERTHON (*Revue tunisienne*, 1916).

Au col de Kairouan, qui sépare le Petit du Grand Zaghouan, le Tithonique apparaît de nouveau sur le Néocomien. Les marnes de cet étage passeraient donc sous le Petit Zaghouan et boucleraient sous sa terminaison nord, qui constitue certainement un front de nappe. Si le Zaghouan s'enracinait, on verrait, en effet, le Jurassique, à l'extrémité nord, s'enfoncer sous le Néocomien et non point passer par-dessus ce terrain.

L'allure en nappe de charriage du djebel Zaghouan explique que Rolland ⁽¹⁾ ait pris, en 1885, le Jurassique de cette montagne pour de l'Urgonien en situation normale sur le Néocomien fossilifère du col de Kairouan. En 1888, Le Mesle ⁽²⁾, constatant dans la même localité la superposition du Tithonique fossilifère au Néocomien, considéra ce dernier comme de l'Oxfordien. C'est seulement en 1896 que l'existence de chevauchements dans le djebel Zaghouan fut reconnue : MM. Ficheur et Haug ⁽³⁾ constatèrent, en effet, que les dômes de la partie centrale de la montagne sont poussés les uns sur les autres de telle sorte que le Lias repose sur le Jurassique supérieur, voire même sur le Néocomien.

Le col du Zaghouan offre, comme celui du Ressas, en contact avec le Néocomien, un lambeau de Trias, de dimensions fort exiguës d'ailleurs ; mais sa présence suffit à démontrer qu'au Zaghouan, comme au Ressas, la nappe triasique est supérieure à la nappe jurassique.

Enfin, l'on rencontre, en avant du front de nappe du Zaghouan, de petits lambeaux de recouvrement analogues à ceux du djebel Kedel. Ce sont les paquets de calcaires liasiques d'Hamman Djedidi et d'Hamman Zriba. Au Hamman Djedidi, en particulier, le rocher liasique, compris entre le Trias, à l'Ouest, et le Sénonien, à l'Est, repose sur l'un et l'autre et dessine, dans l'ensemble, un faux synclinal.

En résumé, les djebels Bou Kournin, Ressas, Zaghouan, et leurs prolongements vers le Sud, les djebels Ben Saïdan (Djoukar) et Fkirin ⁽⁴⁾ jalonnent le front d'une nappe de charriage constituée par des calcaires liasiques

⁽¹⁾ *Comptes rendus*, t. 101, 1885, p. 1187.

⁽²⁾ *Bull. Soc. géol. France*, 3^e série, t. 17, 1888, p. 63.

⁽³⁾ *Loc. cit.*

⁽⁴⁾ FUCHS (*in* THOMAS, *Essai d'une description géologique de la Tunisie*, 2^e Partie, 1909, p. 245) aurait reconnu, dès 1873, des lambeaux de calcaires semi-cristallins fossilifères du Lias moyen encore plus au Sud, à Djeradou et à Takrouna, dans l'Enfida : ce sont sans doute des paquets détachés de la grande masse du djebel Fkirin et poussés en avant du front de la nappe comme ceux du Kedel, d'Hamman Djedidi, etc.

et tithoniques. Ce front est orienté N-S dans les djebels Bou Kournin et Rerras et NE-SO dans les djebels Zaghouan, Ben Saïdan et Fkirin. Il semble correspondre à un anticlinal du substratum de la nappe, anticlinal visible, au Sud-Ouest, dans les djebels Bargou, Serdj et Belouta, au Nord-Est, dans les djebels Korbous et les îles Djamour ou Zambra. C'est à cet ensemble qu'a été donné le nom de *dorsale tunisienne*.

Le bord de la nappe du Zaghouan dessine une courbe concave à l'ouest du djebel Fkirin où il est indiqué par les masses liasiques des djebels Klab, Rouass et Bou Kournin du Fahs. Entre ces montagnes et le Zaghouan se dressent d'ailleurs d'autres reliefs liasiques, le djebel Azis et le djebel Oust. Au sud-ouest de cet ensemble montagneux apparaît, comme dans une sorte de fenêtre de la nappe, l'architecture tabulaire du substratum, dans les hauts plateaux de la Tunisie centrale, que forment hamadas des Ouled Aoun, des Ouled Ayar et de la Kessera.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur les variations diurnes du vent en altitude.*

Note de M. L. DUNOYER.

Une Note récemment parue dans ce Recueil (1) a résumé un certain nombre d'observations sur l'accroissement nocturne du vent aux altitudes moyennes (200^m à 1000^m). On a vu que cet accroissement portait presque uniquement sur les vents des régions Est et Ouest.

Mon but est aujourd'hui de proposer une explication de ces phénomènes.

La cause générale que nous invoquerons est la propagation de l'Est vers l'Ouest de la zone de séparation du jour et de la nuit. Imaginons d'abord que la surface terrestre soit plane ($\text{plan } z = 0$) et que, dans les régions où il fait pleine nuit et plein jour, les surfaces isothermes étagées dans l'atmosphère soient des plans horizontaux. On sait qu'à grande altitude la température de l'air varie peu. On peut donc considérer qu'au-dessus d'une certaine surface isotherme, toutes les autres sont des plans horizontaux communs à la région nocturne et à la région diurne. Au-dessous, et dans la zone de séparation du jour et de la nuit, les surfaces isothermes présentent une inflexion d'autant plus marquée que l'altitude est moindre. Il y a raccordement ascendant de l'Est vers l'Ouest des plans

(1) L. DUNOYER et G. REBOUL, *Sur les variations diurnes du vent en altitude* (*Comptes rendus*, t. 163, 1917, p. 1068).

isothermes nocturnes aux plans isothermes diurnes correspondants (sauf naturellement pour les plans isothermes diurnes les plus voisins du sol qui viennent en rencontrer la surface dans la zone crépusculaire, n'ayant pas leurs correspondants dans la zone nocturne). Le raccordement se fait par une surface cylindrique qui présente une génératrice d'inflexion. Nous considérerons la section de cette surface par un plan (celui des zx) perpendiculaire à cette génératrice. La direction positive des x sera celle de l'Est.

A mesure que la zone crépusculaire avance vers l'Ouest, la région des inflexions se propage dans le même sens, à la manière d'une onde.

Cette déformation des surfaces isothermes, accompagnée d'une propagation de l'Est à l'Ouest de la région déformée, entraîne une déformation analogue pour les surfaces isobares. *Mais l'inclinaison des surfaces isobares est inverse de celle des surfaces isothermes.*

Soit, en effet, dh la différence de pression entre deux points distants de dz sur la même verticale. Dans une atmosphère en équilibre, on a

$$dh = -\rho g dz = -a\rho_0 \frac{h}{T} g dz = -A \frac{dz}{T},$$

en désignant par T la température absolue et par A une constante positive. Dans une atmosphère troublée par des vents, cette formule n'est plus rigoureusement exacte. Toutefois, la cause principale des écarts qu'elle peut donner réside dans l'existence possible ou probable d'une composante verticale du vent. Or on est en droit de penser que cette composante est toujours relativement faible. En première approximation, nous admettrons donc aussi la légitimité de la formule précédente. Elle donnera *le sens* dans lequel *commence* à varier l'inclinaison des surfaces isobares à partir de l'instant où l'on a supposé légitime l'emploi de la formule.

Si la pression en un point des hautes altitudes où nous considérons les surfaces isothermes (et isobares) comme non déformées est h' , la pression h en un point d'altitude moindre sera donnée par la formule

$$\text{Log } h = \text{Log } h' + A \int_z^\infty \frac{dz}{T} = F(x, z).$$

L'inclinaison au point (x, z) de la surface isobare $F(x, z) = \text{const.}$ sera donnée par l'équation

$$\frac{dz}{dx} = -\frac{\partial F}{\partial x} : \frac{\partial F}{\partial z}.$$

Or la dérivée $\frac{\partial F}{\partial z}$ est essentiellement négative. Par conséquent, $\frac{dz}{dx}$ est du

signe de $\frac{\partial F}{\partial x}$. Mais l'on a

$$\frac{\partial F}{\partial x} = - \int_z^{z'} \frac{1}{T^2} \frac{dT}{dx} dz.$$

De z à z' la dérivée $\frac{dT}{dx}$ ayant constamment le même signe, il s'ensuit que $\frac{dz}{dx}$ sera toujours de signe contraire à $\frac{dT}{dx}$.

Ainsi donc le raccordement des plans isobares nocturnes aux plans isobares diurnes se fait, de l'Est à l'Ouest, par des surfaces cylindriques descendantes, avec génératrice d'inflexion.

Il en résulte qu'une carte d'isobares qui serait faite dans un plan horizontal aux altitudes moyennes que nous considérons, présenterait le caractère général d'une pression plus haute du côté nocturne que du côté diurne. A n'envisager que ce schéma nous devrions donc avoir aux altitudes moyennes des vents d'E le soir et les vents d'W le matin.

Pratiquement, ce qu'on peut penser mettre en évidence c'est un *renforcement* des vents d'E le soir et des vents d'W le matin aux altitudes moyennes. C'est en effet ce que l'on constate. Sur une année d'observations les accroissements d'intensité du vent aux altitudes comprises entre 200^m et 1000^m se répartissent comme l'indique le Tableau suivant :

	Augmentations produites le matin.				Augmentations produites le soir.			
	Régime du vent.				Régime du vent.			
Régions :	N.	E.	S.	W.	N.	E.	S.	W.
Nombre de cas observés..	1	7	1	23	6	31	1	18
Pourcentage %.....	3	22	3	72	10	56	2	32

Si, au lieu de chercher à établir des moyennes, comme on vient de le faire, on cherche dans une année de sondages les cas « type », on constate avec encore plus d'évidence que le renforcement des vents d'E se produit presque toujours le soir et celui des vents d'W le matin. C'est du reste par les cas remarquables de renforcement des vents d'E produits le soir que notre attention s'est trouvée attirée depuis longtemps sur le phénomène.

La théorie exposée ci-dessus conduit à penser en outre que *le renforcement des vents d'E le soir sera plus marqué, en fréquence et en intensité, que celui des vents d'W le matin* : c'est ce que l'observation confirme encore. Dans les cas « type » que nous avons relevés (au nombre de 7 le soir pour les vents d'E et de 5 le matin pour les vents d'W au cours d'une année)

l'augmentation du vent est de l'ordre de 12^m pour les vents d'E et seulement de 9^m pour les vents d'W. C'est qu'en effet dans le cas des vents d'E le soir les masses d'air se déplacent dans le sens de la cause qui produit leur mouvement, et en sens inverse dans le cas contraire. En outre le matin les valeurs de $\frac{dT}{dx}$ doivent être, toutes choses égales d'ailleurs, moindres que le soir. Car supposons que dx soit l'espace parcouru par le vent dans le temps dt . Le quotient différentiel $\frac{dT}{dx}$ peut s'écrire $\frac{dT}{dt} \frac{dt}{dx}$. Or le soir l'abaissement de température dT est la somme de l'abaissement de température par rayonnement et de l'abaissement par convection dû au remplacement d'une couche d'air par une autre déjà refroidie venant de l'Est. Au contraire le matin l'échauffement dT est la différence de l'échauffement dû au soleil et du refroidissement de convection dû au remplacement des couches d'air par d'autres plus froides venant de l'Ouest, c'est-à-dire de la région encore nocturne.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur deux trombes observées à Rabat, le 18 décembre 1917.*

Note de M. **JACQUES PEYRIGUEY**, présentée par M. J. Violle.

Dans l'après-midi, nous avons observé, de la terrasse de la Direction de l'Agriculture à Rabat (Maroc), deux trombes successives, qui se sont produites dans les conditions suivantes :

Le ciel était complètement recouvert de cumulo-nimbus et de nimbus, chassés de l'Atlantique par un vent du Sud-Ouest assez violent, quand, à 16^h, au Sud et à l'arrière d'un cumulo-nimbus orageux énorme, surgit un immense cylindre de vapeurs noires.

Ce cylindre, très allongé, paraissait mesurer au moins 350^m de longueur sur à peine 4^m de diamètre, son extrémité inférieure ne s'abaissant jamais à moins de 50^m du sol. Il exécutait des mouvements giratoires très visibles et de nombreuses contorsions, comme une trompe d'éléphant fantastique, cherchant à atteindre un objet qui lui échapperait sans cesse. Ces mouvements s'effectuaient avec une très grande vitesse. A 16^h30^m, le cylindre affectait la forme d'un double Z quand un mouvement giratoire très violent le fit monter dans la masse floconneuse, donnant aux observateurs le sentiment d'une véritable succion.

Quelques secondes après, partaient du même cumulo-nimbus de nom-

breux éclairs et quelques coups de tonnerre. L'orage s'annonçait très sérieux, lorsque brusquement apparut un nouveau cylindre.

Celui-ci, placé *au centre* du nuage, mesurait approximativement la même longueur que le précédent, mais le diamètre était fortement réduit, atteignant à peine 1^m. Il était animé des mêmes mouvements et des mêmes contorsions que le premier, leur vitesse étant toutefois plus grande. D'abondantes vapeurs grises s'en dégageaient. A 16^h47^m, dans une très violente contorsion, la masse du cylindre sembla remonter; sa partie inférieure s'amincit, n'ayant plus que quelques centimètres de diamètre sur une hauteur de 20^m environ. La trombe conserva cette apparence pendant 3 ou 4 minutes et fut aspirée d'un seul coup, la partie amincie restant seule visible en dessous du nuage.

Enfin, à 16^h55^m, le phénomène avait complètement disparu, faisant place à l'orage proprement dit (éclairs et tonnerre).

BOTANIQUE. — *Embryogénie des Alismacées. Différenciation de l'extrémité radiculaire chez le Sagittaria sagittæfolia L.* Note de M. R. SOUÈGES, présentée par M. Guignard.

Dans une Note précédente (¹), j'ai montré quelles étaient les destinées des deux cellules supérieures juxtaposées et de la cellule médiane de la tétrade proembryonnaire; aux dépens de la cellule inférieure se différencient la majeure partie de l'axe hypocotylé, l'hypophyse et le suspenseur proprement dit.

Cette dernière cellule, selon la règle générale précédemment exprimée (²), se divise en quatre éléments qui se disposent comme dans la tétrade primitive. Ils forment, dans le proembryon à seize cellules, les trois étages inférieurs, que l'on peut désigner par les lettres *n*, *o*, *p*.

Les deux cellules juxtaposées de l'étage *n* se segmentent longitudinalement et engendrent quatre cellules circumaxiales dans l'intérieur desquelles la séparation des histogènes se fait selon le processus ordinaire. Par cloisonnements horizontaux, il se différencie peu après deux assises superposées; le nombre de ces assises s'accroît dans la suite au fur et à mesure de la multiplication, dans le sens transversal, des éléments des trois histogènes.

(¹) R. SOUÈGES, *Embryogénie des Alismacées. Différenciation du cône végétatif de la tige chez le Sagittaria sagittæfolia L.* (*Comptes rendus*, t. 163, 1917, p. 1014).

(²) R. SOUÈGES, *Embryogénie des Alismacées. Développement du proembryon chez le Sagittaria sagittæfolia L.* (*Comptes rendus*, t. 163, 1917, p. 715).

Les cellules de périblème se divisent d'abord par des cloisons tangentielles, puis il s'établit des parois radiales dans les cellules extérieures ainsi séparées. En coupe longitudinale, on remarque qu'au voisinage de la maturité deux cellules de périblème viennent se raccorder aux initiales de l'écorce.

La multiplication des cellules de plérôme se produit par cloisonnements, soit tangentiels, soit perpendiculaires aux parois méridiennes. Les quatre cellules de plérôme les plus inférieures constituent les initiales du cylindre central.

Les éléments de l'étage *o*, après trois caryocinèses dans le plan horizontal, se séparent par deux cloisons cruciales. Les quatre cellules ainsi constituées se segmentent encore verticalement, parfois par des cloisons à peu près normales aux plans méridiens, le plus souvent par des cloisons arquées parallèles à la paroi périphérique.

Peu après, l'assise tout entière qui représente l'étage *o* se trouve composée de quatre cellules circumaxiales et de huit cellules externes. Celles-ci, placées dans le prolongement du dermatogène, se multiplient par cloisons longitudinales radiales; elles représentent l'assise de coiffe la plus éloignée du sommet et se détachent les premières quand ce tissu commence à fonctionner.

Les quatre cellules médianes se segmentent transversalement, selon deux processus légèrement différents, pour engendrer deux assises superposées. Le groupe des quatre cellules supérieures représente les initiales de l'écorce; le groupe des quatre cellules inférieures constitue les initiales de la coiffe ou épiderme composé de la racine.

La cellule *p* de l'étage proembryonnaire le plus inférieur se divise pour donner naissance à deux cellules superposées *h* et *s*. La cellule *h* engendre un groupe de quatre cellules circumaxiales qui forment la partie culminante de la coiffe; la cellule *s* se convertit en un suspenseur comprenant un nombre variable, trois à six, de cellules aplaties, disposées en série.

Ainsi, chez le *Sagittaria sagittifolia*, l'hypophyse, qui donne naissance aux initiales de l'écorce et au tissu tout entier de la coiffe, tire son origine de deux cellules proembryonnaires différentes : la cellule *o* et la cellule *h*.

Les quatre initiales de l'écorce fonctionnent de la manière habituelle en se cloisonnant verticalement selon deux directions rectangulaires, parallèles aux parois méridiennes. Les quatre initiales de la coiffe se segmentent d'abord, comme les initiales de l'écorce, pour engendrer un plateau de douze cellules : les huit cellules périphériques ne se cloisonnent plus que longitudinalement; les quatre cellules centrales se segmentent au contraire

parallèlement à leur base et donnent un groupe supérieur de quatre éléments qui se comportent comme les premières initiales. Ce sont donc seulement les quatre initiales qui, par cloisonnements tangentiels, contribuent à accroître le nombre des assises de la coiffe; il ne se forme pas de calyptrogène, puisque toutes les cellules voisines de l'écorce ne fonctionnent pas comme une assise génératrice sur toute son étendue. Il ne se forme pas, à plus forte raison, de dermato-calyptrogène, puisque les cellules de dermatogène ne se cloisonnent pas tangentielllement, comme cela s'observe chez les Dicotylédones, pour contribuer, en même temps, que l'assise la plus interne de la coiffe, à la formation et à la régénération de ce tissu. Chez les Monocotylédones, qui sont des liorhizes, les cellules de la coiffe se séparent du dermatogène et, même, mettent à nu l'assise externe du périblème, qui devient l'assise pilifère.

Hanstein ⁽¹⁾ a très bien observé le mode de construction des tissus à l'extrémité racinaire de l'*Alisma Plantago*; ses interprétations sont néanmoins inexactes. Flahault ⁽²⁾, en critiquant les observations de Hanstein, n'a pas tenu compte, à son tour, des différences que présentent la structure du cône racinaire de l'embryon et celle de la racine en voie de croissance. Les descriptions de Schaffner ⁽³⁾ ne correspondent en rien à ce que l'on peut observer chez l'*Alisma Plantago* ou chez le *Sagittaria sagittifolia*.

On voit, en somme, quelle part importante prend à la construction de l'embryon monocotylédone la cellule inférieure de la tétrade proembryonnaire. L'hypophyse présente une origine complexe, car elle est engendrée par deux cellules d'âge différent. Les quatre initiales de la coiffe contribuent seules à la multiplication des assises de ce tissu; elles se cloisonnent, d'abord verticalement, puis tangentielllement; et c'est à tort que leur mode de fonctionnement est donné, dans certains ouvrages, comme étant celui qui s'applique à tous les Angiospermes ⁽⁴⁾.

(1) J. HANSTEIN, *Die Entwicklung des Keimes der Monokotylen und Dikotylen* (Bot. Abhandl., t. 1, Bonn, 1870).

(2) CH. FLAHAULT, *Recherches sur l'accroissement terminal de la racine chez les Phanérogames* (Ann. Sc. nat. Bot., 6^e série, t. 6, 1878, p. 61).

(3) J.-H. SCHAFFNER, *Contribution to the life-history of Sagittaria variabilis* (Bot. Gazet., t. 23, 1897, p. 252).

(4) Les observations résumées dans cette Note seront publiées, avec figures à l'appui, dans un autre Recueil.

BOTANIQUE. — *Sur l'emploi du kapok comme objet de pansement.* Note de M. JACQUES SILHOL, présentée par M. Gaston Bonnier.

Il pourrait suffire pour décider le corps médical à employer le kapok de préférence au coton de lui rappeler que ce produit peut être fourni par la plupart de nos colonies, tandis que le coton provient surtout des colonies étrangères, et qu'il pèse 4 ou 5 fois moins : les considérations de change et d'économie devant être capables de modifier nos habitudes dans une époque de guerre.

Mais il se trouve que les propriétés un peu spéciales de ce produit en font un très bon agent de pansement. Ce sont les résultats de nos premières recherches sur ces propriétés et de nos premières applications en chirurgie que nous voulons indiquer.

La propriété classique du kapok est son imperméabilité à l'eau, qui l'a fait employer comme engin de sauvetage et c'est l'antagonisme de cette propriété avec celle du coton absorbant qui a dû nuire à l'idée de son emploi ; et cependant le coton brut n'est pas hydrophile.

Cette imperméabilité est spéciale et élective. Des substances comme l'éther le traversent sans modifier son imperméabilité ; d'autres l'imprègnent en lui donnant une perméabilité passagère ; d'autres, telles que la lessive de soude, la saponine, ne peuvent transformer le kapok en une substance hydrophile, au point d'absorber 15, 20, 25 fois son poids d'eau. Mais pourtant si nous plaçons de la saponine dans une cupule de kapok elle s'évapore avant d'avoir traversé ; si nous plaçons de l'eau dans une cupule de kapok, séchée après avoir été imbibée d'acide acétique, elle ne traverse pas, et enfin si nous plaçons de l'eau dans une cupule de kapok hydrophile, elle peut fort bien ne pas le traverser. Si nous versons au contraire de l'oléate de soude dans une cupule de kapok, elle le traverse aussi instantanément que si la cupule était trouée. Il se pose pour beaucoup de substances chimiques une sorte de question préalable ; elles paraissent ne pas pouvoir venir en contact avec la fibre. Les examens microscopiques que M. Rigotard et nous-même avons faits ne montrent pourtant pas de modifications caractéristiques des fibres dans ces diverses expériences.

La stérilisation du kapok au poupinel ou à l'autoclave ne paraît pas modifier ses propriétés ; pourtant, dans certaines circonstances, l'autoclave peut le transformer en une substance dont l'hydrophile rappelle celle du coton sans en avoir exactement les allures.

Dans le traitement des plaies nous ne nous sommes servis jusqu'ici que de kapok brut ou simplement ventilé, non hydrophile par conséquent :

Dans les plaies irriguées, ce kapok absorbe non seulement les sécrétions de plaies, mais aussi et en même temps les liquides tels que le Dakin, le sérum physiologique.

Dans les plaies sèches et sans intervention d'aucune autre substance, le kapok absorbe les sécrétions de la plaie, les globules du sang, les microbes; les uns et les autres formant parfois de véritables gaines aux fibres. Il ne paraît pas absorber le pus constitué. Le pus, formé dans ces conditions, peut être remarquablement pauvre en microbes. Le fait chimique saillant c'est la propreté de la plaie opposée à l'imprégnation du pansement. Le fait microscopique correspondant est la pauvreté de la plaie en microbes, s'opposant à la richesse microbienne des fibres du pansement : ceci ressort nettement des microphotographies que M. Kollmann a faites sur mes préparations.

Quant aux résultats ils ont été tels que nous préférons souvent l'application simple du kapok à une irrigation très bien faite à la liqueur de Dakin.

Nos expériences avec des cultures microbiennes et avec des liquides provenant de pansements montrent certaines différences avec les faits cliniques : une de nos expériences a pourtant montré un bouillon de culture bien riche en microbes traversant le pansement, alors que le même bouillon stérile ne le traversait pas.

Donc, à côté des remarquables qualités d'élasticité et de souplesse de cette substance, capable de remplacer le coton dans tous ses emplois d'enveloppement, de protection, d'emballage pour ainsi dire, le kapok présente une manière d'être spéciale, élective, vis-à-vis non seulement des substances minérales, des substances organiques, mais encore des micro-organismes qui en font un objet de pansement très intéressant et très avantageux.

Les quelques particularités de son emploi fort simples et fort rationnelles ne sauraient empêcher les médecins de l'employer très largement pour le plus grand profit de leurs blessés.

ÉCONOMIE RURALE. — *Sur l'emploi de certaines algues marines pour l'alimentation des chevaux.* Note de M. ADRIAN, présentée par M. Edmond Perrier.

Je m'étais préoccupé depuis longtemps de la recherche de succédanés des produits alimentaires normaux, notamment en ce qui concerne le cheval, dans l'éventualité de la pénurie d'avoine qui pouvait être la conséquence d'une guerre.

En mai dernier, alors que j'avais repris l'étude de cette question, un chimiste industriel vint me proposer, pour l'imperméabilisation des étoffes, un produit retiré des algues marines de la classe des laminaires, préalablement débarrassées de leurs sels par un traitement approprié.

M'étant informé de la composition centésimale des algues ainsi traitées, je fus frappé immédiatement de son analogie avec celle des avoines de Brie, qui ressort des analyses de M. le pharmacien principal Balland :

	Laminaires traitées.	Avoine.
Eau	14,40	12,55
Matière hydro-carbonée	52,90	66,80
Matière azotée.....	17,30	9,10
Cellulose	11,50	8,45
Matière minérale.....	3,90	3,10

Il ressortait de cette comparaison que si la teneur des laminaires traitées est plus faible en matière hydro-carbonée, par contre, sa teneur en matière azotée est beaucoup plus élevée, ce qui doit en faire un produit reconstituant de premier ordre, s'il est digestible et assimilable.

En raison de l'urgence, je fis, dès le mois de juin 1917, une première série d'expériences directes sur six chevaux de réforme mis obligeamment à ma disposition par un industriel d'Aubervilliers, M. Verdier-Dufour.

Ces chevaux étaient tous en mauvais état et atteints de lymphangisme.

On en a fait deux lots :

Trois chevaux témoins ont été soumis au régime ordinaire : avoine, foin, paille;

Les trois autres ont été mis au régime de l'algue alimentaire.

Ces six animaux étaient assujettis à un travail normal.

Dans la ration des trois chevaux du second lot, on a substitué, pendant

les huit premiers jours, l'algue alimentaire à la moitié de l'avoine, à raison de 0^{kg}, 350 environ pour 0^{kg}, 450 d'avoine.

Pendant le reste de l'expérience, qui dura 24 jours, la substitution fut complète.

Le vingt-quatrième jour on constata que, dans leur ensemble, les chevaux nourris à l'algue alimentaire avaient augmenté de 6 pour 100 de leur poids, que leur état général s'était sensiblement amélioré et que le lymphangisme avait disparu.

Cette affection persistait, par contre, chez les animaux du premier lot.

Certes, on ne saurait tirer d'une expérience aussi réduite des conclusions générales concernant l'action thérapeutique de l'algue alimentaire sur le lymphangisme, mais il y a là une indication qui mérite d'être retenue, en vue d'études ultérieures. Cette action peut être due, d'après M. le professeur Lapique et M. le Dr Legendre, du Muséum, aux traces d'iode organique subsistant dans les laminaires après lavage et extraction des sels.

Quoi qu'il en soit, un résultat était acquis : des chevaux avaient accepté, digéré et assimilé l'aliment nouveau, en remplacement d'avoine.

Devant un résultat aussi encourageant, il fut décidé d'effectuer une nouvelle série d'expériences sur des chevaux d'un régiment de cavalerie.

A la date du 8 août, deux lots de 20 chevaux furent constitués au 1^{er} Cuirassiers, au Quartier Duplex, dans le même escadron.

20 chevaux ont été soumis au régime normal, les 20 autres ont reçu 1^{kg} d'algue alimentaire en remplacement de 1^{kg} d'avoine.

Cette expérience, effectuée avec le plus grand soin, a été suivie par M. le vétérinaire principal de 1^{re} classe Jacoulet, directeur du Service vétérinaire du Camp retranché de Paris, sous le contrôle supérieur de M. le vétérinaire inspecteur Fray.

L'expérience a duré deux mois, et, à la pesée du 8 octobre, on constata que les chevaux nourris à l'algue alimentaire avaient gagné individuellement 13^{kg} en deux mois, tandis que les chevaux témoins n'avaient gagné que 2^{kg} à peine.

La première expérience se trouvait donc pleinement confirmée. A la suite de ces essais, j'estime que 0^{kg}, 750 d'algue alimentaire équivalent à 1^{kg} d'avoine, mais c'est un point qu'il conviendra d'éclaircir.

Comme les laminaires abondent sur les côtes bretonnes, l'algue alimentaire semble appelée à jouer un rôle important comme substitutif de l'avoine.

En temps ordinaire, nous importons annuellement deux millions de quintaux d'avoine, représentant une sortie de numéraire de 35 millions de francs, somme plus que quadruplée aujourd'hui. Or cet argent restera chez nous le jour où l'on saura qu'on peut demander à la mer le supplément de récolte que nos champs n'ont pu nous fournir.

J'envisage également l'emploi des laminaires dans l'alimentation humaine et des résultats très intéressants ont déjà été obtenus dans cet ordre d'idées.

D'autres expériences sont en cours.

A 16 heures et quart l'Académie se forme en comité secret.

La séance est levée à 17 heures.

E. P.